

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Кулинченко Виктор Васильевич  
Должность: Директор  
Дата подписания: 29.03.2023 10:09:33  
Уникальный программный ключ:  
735d42842dd216f40de62a96e22a5064769e55a8

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

КубИСЭП (филиал)  
ОУП ВО «АТиСО»

2020

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

КубИСЭП (филиал)  
ОУП ВО «АТиСО»

2020

**Кубанский институт социэкономки и права  
(филиал) Образовательного учреждения профсоюзов  
высшего образования  
«Академия труда и социальных отношений»**



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ  
ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА**

Направление подготовки  
**38.03.04 Государственное и муниципальное управление**

Направленность/профиль подготовки  
**Государственное и муниципальное управление**

Степень/квалификация выпускника  
**бакалавр**

Форма обучения  
**Очная, заочная**

ФГОС ВО  
**№ 1567 от 10 декабря 2014 г**

**Год набора - 2020**

*Одобрено на заседании кафедры профсоюзного движения, гуманитарных и социально-экономических дисциплин КубИСЭП (филиала) ОУП ВО «АТиСО»*

*(протокол № 8 от 24 апреля 2020 г.)*

*Рекомендовано на заседании учебно-методического совета КубИСЭП (филиала) ОУП ВО «АТиСО»*

*(протокол № 4 от 11 мая 2020 г.)*

*Утверждено решением Ученого совета ОУП ВО «АТиСО»*

*(протокол № 9 от 10 июня 2020 г.)*

**Согласовано:**

**Зам. директора по УиВР КубИСЭП  
(филиала) ОУП ВО «АТиСО»**



/И.Г.Жукова

**Начальник УМО КубИСЭП  
(филиала) ОУП ВО «АТиСО»**



/Н.А.Шевчук

**Заведующая библиотекой КубИСЭП  
(филиала) ОУП ВО «АТиСО»**



/Н.Б.Гришко

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>1</b>	<b>Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотношенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>Место дисциплины в структуре образовательной программы</b>	<b>7</b>
<b>3</b>	<b>Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам занятий) и на самостоятельную работу обучающихся</b>	<b>7</b>
<b>4</b>	<b>Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических или астрономических часов и видов учебных занятий</b>	<b>8</b>
4.1	<i>Структура дисциплины</i>	<b>8</b>
4.2	<i>Содержание дисциплины</i>	<b>9</b>
4.3	<i>План практических занятий</i>	<b>12</b>
4.4	<i>Лабораторные занятия</i>	<b>65</b>
<b>5</b>	<b>Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)</b>	<b>66</b>
5.1	<i>Перечень учебно-методического обеспечения для СМР к разделу 1</i>	<b>66</b>
5.2	<i>Перечень учебно-методического обеспечения для СМР к разделу 2</i>	<b>68</b>
5.3	<i>Перечень учебно-методического обеспечения для СМР к разделу 3</i>	<b>70</b>
5.4	<i>Перечень учебно-методического обеспечения для СМР к разделу 4</i>	<b>74</b>
5.5	<i>Основные термины и понятия</i>	<b>77</b>
<b>6</b>	<b>Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)</b>	<b>80</b>
<b>7</b>	<b>Основная и дополнительная литература, необходимая для освоения дисциплины (модуля)</b>	<b>80</b>
7.1	<i>Основная литература</i>	<b>80</b>
7.2	<i>Дополнительная литература</i>	<b>81</b>
7.3	<i>Нормативные правовые акты, материалы судебной практики</i>	<b>82</b>
7.4	<i>Периодические издания</i>	<b>82</b>
<b>8</b>	<b>Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимые для освоения дисциплины (модуля)</b>	<b>82</b>
<b>9</b>	<b>Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)</b>	<b>83</b>
9.1	<i>Методические указания по изучению дисциплины и организации самостоятельной работы студентов</i>	<b>83</b>
9.2	<i>Методические указания по подготовке к практическим занятиям</i>	<b>83</b>
9.3	<i>Методические указания по подготовке к лабораторным занятиям</i>	<b>85</b>
9.4	<i>Методические указания по выполнению и оформлению контрольных работ</i>	<b>85</b>
9.5	<i>Методические указания по выполнению и оформлению курсовых работ</i>	<b>85</b>
9.6	<i>Методические указания по подготовке к промежуточной аттестации</i>	<b>85</b>

<b>10</b>	<b>Информационные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем</b>	<b>87</b>
<b>11</b>	<b>Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)</b>	<b>87</b>
<b>12</b>	<b>Образовательные технологии</b>	<b>88</b>
	<i>Приложение № 1 к разделу № 6 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)</i>	<b>89</b>
6.1.	<i>Перечень компетенций с указанием этапов их формирования</i>	<b>89</b>
6.2	<i>Описание показателей, критериев оценивания компетенций, шкал оценивания</i>	<b>90</b>
6.3	<i>Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения дисциплины</i>	<b>93</b>
6.3.1	Типовые контрольные вопросы для подготовки к промежуточной аттестации по дисциплине	<b>93</b>
6.3.2	Типовые практические задания для проведения текущей аттестации по дисциплине	<b>96</b>
6.3.3	Тестовые материалы для проведения текущей аттестации	<b>97</b>
6.3.4	Тематика курсовых работ	<b>100</b>
6.3.5	Тематика контрольных работ	<b>100</b>
6.4	<i>Дополнительные задания</i>	<b>101</b>
6.4.1	Вопросы для текущей аттестации	<b>101</b>
6.5	<i>Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций</i>	<b>103</b>

# 1. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ), СООТНЕСЕННЫЕ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Целью изучения дисциплины «Высшая математика» является ознакомление студентов с основами аппарата высшей математики для решения теоретических и практических организационно-управленческих задач, а также обоснование значимости и функций математики в анализе социально-экономических общественно-политических процессов и подготовке управленческих решений, в прогнозировании и разработке сценариев социально-экономического и общественно-политического развития.

Цель изучения дисциплины «Высшая математика» достигается посредством решения в учебном процессе следующих задач:

- формирование знаний, умений и навыков, необходимых при практическом применении математических идей и методов анализа и моделирования в профессиональной деятельности;
- получение практических навыков расчета показателей, используемых для мониторинга социально-экономического и общественно-политического развития;
- выработка навыков к математическому исследованию организационно-управленческих проблем.

*Освоение дисциплины направлено на формирование у студентов следующих компетенций:*

## **Общекультурных:**

ОК-3 – способностью использовать основы экономических знаний в различных сферах деятельности

ОК-7 – способностью к самоорганизации и самообразованию.

## **Профессиональных:**

ПК-3 – умением применять основные экономические методы для управления государственным и муниципальным имуществом, принятия управленческих решений по бюджетированию и структуре государственных (муниципальных) активов

ПК-4 – способностью проводить оценку инвестиционных проектов при различных условиях инвестирования и финансирования

ПК-6 – владением навыками количественного и качественного анализа при оценке состояния экономической, социальной, политической среды, деятельности органов государственной власти Российской Федерации, органов государственной власти субъектов Российской Федерации, органов местного самоуправления, государственных и муниципальных, предприятий и учреждений, политических партий, общественно-политических, коммерческих и некоммерческих организаций

ПК-7 – умением моделировать административные процессы и процедуры в органах государственной власти Российской Федерации, органах государственной власти субъектов Российской Федерации, органах местного самоуправления, адаптировать основные математические модели к конкретным задачам управления

*В результате освоения компетенции ОК-3 студент должен:*

## **Знать:**

- основы экономических явлений и процессов
- основные экономические проблемы и математические подходы к их анализу и интерпретации

## **Уметь:**

- интерпретировать и анализировать экономические явления и процессы с помощью математических методов
- применять основы экономических знаний в различных сферах деятельности

## **Владеть:**

- методами математического анализа экономических процессов и явлений в различных сферах деятельности
- решать экономические задачи в различных сферах деятельности

*В результате освоения компетенции ОК-7 студент должен:*

**Знать:** основные разделы курса высшей математики, необходимые для логического осмысления и обработки информации в профессиональной деятельности

**Уметь:** применять на практике знания высшей математики при постановке и решении математических и прикладных задач

**Владеть:**

- математическим аппаратом, основными методами постановки и решения математических и прикладных задач, необходимыми для профессиональной деятельности

- навыками самостоятельного изучения материала, подбора необходимой для этого литературы

*В результате освоения компетенции ПК-3 студент должен:*

**Знать:**

- принципы и методы применения математических знаний в области государственного регулирования экономики в области отношений собственности и финансовых отношений

- основные математические методы, применяемые для управления государственным и муниципальным имуществом, принятия управленческих решений по бюджетированию и структуре государственных (муниципальных) активов

**Уметь:** обосновывать выбор методов управления государственными (муниципальными) активами с помощью методов высшей математики

*В результате освоения компетенции ПК-4 студент должен:*

**Знать:** математические методы оценки инвестиционных проектов при различных условиях инвестирования и финансирования

**Уметь:** применять современные математические методы для оценки инвестиционных проектов при различных условиях инвестирования и финансирования

**Владеть:** навыками анализа результатов применения современных математических методов для оценки инвестиционных проектов при различных условиях инвестирования и финансирования

*В результате освоения компетенции ПК-6 студент должен:*

**Знать:** математические методы, используемые для количественного и качественного анализа при оценке состояния экономической, социальной, политической среды, деятельности органов государственной власти Российской Федерации, органов государственной власти субъектов Российской Федерации, органов местного самоуправления, государственных и муниципальных, предприятий и учреждений, политических партий, общественно-политических, коммерческих и некоммерческих организаций

**Уметь:** применять математические методы для количественного и качественного анализа при оценке состояния экономической, социальной, политической среды, деятельности органов государственной власти Российской Федерации, органов государственной власти субъектов Российской Федерации, органов местного самоуправления, государственных и муниципальных, предприятий и учреждений, политических партий, общественно-политических, коммерческих и некоммерческих организаций.

**Владеть:** навыками анализа результатов применения современных математических методов для количественного и качественного анализа при оценке состояния экономической, социальной, политической среды, деятельности органов государственной власти Российской Федерации, органов государственной власти субъектов Российской Федерации, органов местного самоуправления, государственных и муниципальных, предприятий и учреждений, политических партий, общественно-политических, коммерческих и некоммерческих организаций

*В результате освоения компетенции ПК-7 студент должен:*

**Знать:** наиболее значимые для практики теоретические результаты, полученные при исследовании экономико-математических моделей

**Уметь:** обосновывать выбор теоретико-методологических основ исследования явлений и процессов в профессиональной сфере в контексте различных моделей научных картин мира

**Владеть:** методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития социально-экономических явлений и процессов, обоснование полученных результатов

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ВО

В соответствии с ФГОС ВО, учебным планом дисциплина «Высшая математика» относится к дисциплинам базовой части блока Б.1 ОПОП ВО направления подготовки 38.03.04 Государственное и муниципальное управление.

*Перечень дисциплин, знание которых необходимо для изучения данной дисциплины:*

К исходным знаниям, необходимым для изучения данной дисциплины, относятся знания, полученные при изучении курса математики в объёме школьной программы.

*Перечень дисциплин, для изучения которых необходимы знания данной дисциплины:*

Дисциплина «Высшая математика» во взаимодействии с другими дисциплинами призвана обеспечить подготовку бакалавров, отвечающих как современным квалификационным требованиям, так и требованиям интеллектуальной, общекультурной и гуманитарной подготовки. Применение полученных знаний при изучении дисциплины будет востребовано при последующем изучении таких дисциплин, как: Экономическая теория, Методы принятия управленческих решений, Экономическая статистика, Экономический анализ, Экономика труда, Общая теория рисков, Стратегический менеджмент, Прогнозирование и планирование в системе государственного и муниципального управления, Практика по получению первичных профессиональных умений и навыков, в том числе первичных умений и навыков научно-исследовательской деятельности, Практика по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности, Преддипломная практика, Итоговая аттестация.

Указанные связи и содержание дисциплины «Высшая математика» дают студенту системное представление о комплексе изучаемых дисциплин в соответствии с ФГОС ВО, что обеспечивает соответствующий теоретический уровень и практическую направленность в системе обучения и будущей деятельности бакалавра государственного и муниципального управления.

## 3. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) В ЗАЧЕТНЫХ ЕДИНИЦАХ С УКАЗАНИЕМ КОЛИЧЕСТВА АКАДЕМИЧЕСКИХ ЧАСОВ, ВЫДЕЛЕННЫХ НА КОНТАКТНУЮ РАБОТУ ОБУЧАЮЩИХСЯ С ПРЕПОДАВАТЕЛЕМ (ПО ВИДАМ ЗАНЯТИЙ) И НА САМОСТОЯТЕЛЬНУЮ РАБОТУ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Объем дисциплины	Всего часов	
	Для ОФО	Для ЗФО
<i>Общая трудоемкость дисциплины (зачетных един/часов)</i>	7/252 часть 1 – 3/108 часть 2 – 4/144	7/252 часть 1 – 3/108 часть 2 – 4/144
<b><i>Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего)</i></b>		
Аудиторная работа (всего)	84 часть 1 – 36 часть 2 – 48	28 часть 1 – 12 часть 2 – 16
в том числе:		
<i>Лекции</i>	38 часть 1 – 16 часть 2 – 22	10 часть 1 – 4 часть 2 – 6
<i>Семинары, практические занятия</i>	46 часть 1 – 20 часть 2 – 26	18 часть 1 – 8 часть 2 – 10
<b><i>Самостоятельная работа обучающегося</i></b>	132 часть 1 – 72 часть 2 – 60	211 часть 1 – 92 часть 2 – 119
<b><i>Вид промежуточной аттестации</i></b>	Зачёт (ч.1), экзамен (ч.2)	Зачёт (ч.1), экзамен (ч.2)

**4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ), СТРУКТУРИРОВАННОЕ ПО ТЕМАМ (РАЗДЕЛАМ) С УКАЗАНИЕМ ОТВЕДЕННОГО НА НИХ КОЛИЧЕСТВА АКАДЕМИЧЕСКИХ ИЛИ АСТРОНОМИЧЕСКИХ ЧАСОВ И ВИДОВ УЧЕБНЫХ ЗАНЯТИЙ**

**4.1. СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ**

*Общая трудоемкость дисциплины:*

252 часа

7

Зачет, экзамен

- (очная форма обучения)

- зачетные единицы

- форма промежуточной аттестации

№	Наименование разделов/тем	Аудиторный фонд (в час.)							Сам. раб.(час)	Компетенции
		Всего	В том числе в интер. форме	Лекц	В том числе лек в интер. форме	Лаб	Практ	В том числе практ в интер. форме		
<b>ЧАСТЬ 1</b>										
<b>Раздел 1 Линейная алгебра</b>										
1.1	<i>Матрицы и определители</i>	6	1	2	-	-	4	1	<b>30</b>	ОК-3 ОК-7 ПК-3 ПК-4 ПК-6 ПК-7
1.2	<i>Системы линейных уравнений</i>	8	2	4	-	-	4	2		
1.3	<i>Линейные пространства</i>	8	2	4	-	-	4	2		
<b>Раздел 2 Аналитическая геометрия</b>										
2.1	<i>Аналитическая геометрия на плоскости</i>	6	1	2	-	-	4	1	<b>42</b>	
2.2	<i>Аналитическая геометрия в пространстве</i>	8	2	4	-	-	4	2		
<b>Всего ч.1</b>		<b>36</b>	<b>8</b>	<b>16</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>20</b>	<b>8</b>	<b>72</b>	
<b>ЧАСТЬ 2</b>										
<b>Раздел 3 Математический анализ</b>										
3.1	<i>Числовые последовательности. Пределы и их свойства</i>	4	1	2	-	-	2	1	<b>40</b>	ОК-3 ОК-7 ПК-3 ПК-4 ПК-6 ПК-7
3.2	<i>Функции одной переменной. Предел и непрерывность функции</i>	6	1	2	-	-	4	1		
3.3	<i>Дифференциальное исчисление функций одной переменной</i>	6	1	2	-	-	4	1		
3.4	<i>Интегральное исчисление функций одной переменной</i>	4	1	2	-	-	2	1		
3.5	<i>Дифференциальное и интегральное исчисление функций многих переменных</i>	6	1	4	-	-	2	1		
3.6	<i>Дифференциальные уравнения</i>	6	1	4	-	-	2	1		
<b>Раздел 4 Теория вероятностей и элементы математической статистики</b>										
4.1	<i>Случайные события и их вероятность</i>	6	2	2	-	-	4	2	<b>20</b>	
4.2	<i>Случайные величины и процессы</i>	4	1	2	-	-	2	1		
4.3	<i>Элементы математической статистики</i>	6	1	2	-	-	4	1		
<b>Всего ч.2</b>		<b>48</b>	<b>10</b>	<b>22</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>26</b>	<b>10</b>	<b>60</b>	
<b>ИТОГО</b>		<b>84</b>	<b>18</b>	<b>38</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>46</b>	<b>18</b>	<b>132</b>	



252 часа

7

Зачет, экзамен

**Общая трудоемкость дисциплины:**

- (заочная форма обучения)

- зачетные единицы

- форма промежуточной аттестации

№	Наименование разделов/тем	Аудиторный фонд (в час.)							Сам. раб.(час)	Компетенции
		Всего	В том числе в интер. форме	Лекц	В том числе лек в интер. форме	Лаб	Практ	В том числе практ в интер. форме		
<b>ЧАСТЬ 1</b>										
<b>Раздел 1 Линейная алгебра</b>										
1.1	Матрицы и определители	2	0.5	1	-	-	1	0.5	<b>42</b>	ОК-3 ОК-7 ПК-3 ПК-4 ПК-6 ПК-7
1.2	Системы линейных уравнений	2	0.5	1	-	-	1	0.5		
1.3	Линейные пространства	3	1	1	-	-	2	1		
<b>Раздел 2 Аналитическая геометрия</b>										
2.1	Аналитическая геометрия на плоскости	2.5	1	0.5	-	-	2	1	<b>50</b>	ОК-3 ОК-7 ПК-3 ПК-4 ПК-6 ПК-7
2.2	Аналитическая геометрия в пространстве	2.5	1	0.5	-	-	2	1		
<b>Всего ч.1</b>		<b>12</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>8</b>	<b>4</b>	<b>92</b>	
<b>ЧАСТЬ 2</b>										
<b>Раздел 3 Математический анализ</b>										
3.1	Числовые последовательности. Пределы и их свойства	1.5	-	0.5	-	-	1	1	<b>69</b>	ОК-3 ОК-7 ПК-3 ПК-4 ПК-6 ПК-7
3.2	Функции одной переменной. Предел и непрерывность функции	1.5	0.5	0.5	-	-	1	1		
3.3	Дифференциальное исчисление функций одной переменной	1.5	0.5	0.5	-	-	1	1		
3.4	Интегральное исчисление функций одной переменной	1.5	0.5	0.5	-	-	1	1		
3.5	Дифференциальное и интегральное исчисление функций многих переменных	1.5	0.5	0.5	-	-	1	1		
3.6	Дифференциальные уравнения	1.5	0.5	0.5	-	-	1	1		
<b>Раздел 4 Теория вероятностей и элементы математической статистики</b>										
4.1	Случайные события и их вероятность	2	0.5	1	-	-	1	2	<b>50</b>	
4.2	Случайные величины и процессы	2	0.5	1	-	-	1	1		
4.3	Элементы математической статистики	3	0.5	1	-	-	2	1		
<b>Всего ч.2</b>		<b>16</b>	<b>4</b>	<b>6</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>10</b>	<b>4</b>	<b>119</b>	
<b>ИТОГО</b>		<b>28</b>	<b>8</b>	<b>10</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>18</b>	<b>8</b>	<b>211</b>	

**4.2. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ****РАЗДЕЛ 1 ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА****Тема 1.1 Матрицы и определители**

Основные понятия линейной алгебры. Виды матриц. Линейные операции над матрицами. Транспонирование матриц. Умножение матриц. Элементарные преобразования матриц. Определитель квадратной матрицы. Минор и алгебраическое дополнение. Разложение определителя по строке и столбцу. Свойства определителей. Обратная матрица и способы ее вычисления. Ранг матрицы.

**Тема 1.2 Системы линейных уравнений**

Основные понятия, определения и формы записи системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Условие совместности СЛАУ. Решение СЛАУ по формулам Крамера.

Запись и решение СЛАУ в матричном виде. Решение СЛАУ методом Гаусса. Общее решение СЛАУ. Применение СЛАУ в экономике.

### **Тема 1.3. Линейные пространства**

Определение, свойства и примеры линейных пространств. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Размерность и базис линейного пространства. Преобразование координат при замене базиса. Линейные преобразования. Операции над векторами. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов. Угол между векторами.

## **РАЗДЕЛ 2 АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ**

### **Тема 2.1 Аналитическая геометрия на плоскости**

Основные понятия аналитической геометрии. Различные виды уравнений прямой на плоскости. Взаимное расположение прямых на плоскости. Геометрическая интерпретация решения системы линейных неравенств. Кривые второго порядка: окружность; эллипс; гипербола; парабола.

### **Тема 2.2 Аналитическая геометрия в пространстве**

Различные виды уравнений плоскости и прямой в пространстве. Взаимное расположение плоскостей, прямых, прямой и плоскости в пространстве. Поверхности второго порядка и их канонические уравнения.

## **РАЗДЕЛ 3 МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

### **Тема 3.1 Числовые последовательности. Пределы и их свойства**

Числовые последовательности и операции над ними. Ограниченные и неограниченные последовательности. Предел последовательности и его свойства. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности и их свойства. Сходящиеся и монотонные последовательности, их свойства.

### **Тема 3.2 Функции одной переменной. Предел и непрерывность функции**

Определение функции одной переменной. Способы задания функций. Графики основных элементарных функций. Сложная и взаимно обратные функции. Примеры функций, используемых в экономике и управлении. Предел функции в бесконечности и в точке. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, их свойства. Основные теоремы о пределах. Первый и второй замечательные пределы. Непрерывность функции. Свойства непрерывных функций. Точки разрыва функции и их классификация.

### **Тема 3.3 Дифференциальное исчисление функций одной переменной**

Определение производной функции одной переменной, её геометрический и физический смысл. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции. Основные правила дифференцирования. Таблица производных основных элементарных функций. Дифференциал функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Основные теоремы дифференциального исчисления. Правило Лопиталя. Условия возрастания и убывания функции. Точки экстремума. Экстремумы функции. Необходимые условия экстремума. Достаточные признаки существования экстремума. Нахождение наибольшего и наименьшего значений непрерывной на отрезке функции. Выпуклость и вогнутость, точки перегиба. Асимптоты. Исследование функции. Построение графика функции. Приложения производной в экономико-управленческих расчетах.

### **Тема 3.4 Интегральное исчисление функций одной переменной**

Первообразная функции одной переменной и неопределённый интеграл. Свойства неопределённого интеграла. Таблица интегралов от основных элементарных функций. Методы вычисления неопределённого интеграла. Определённый интеграл, его свойства. Интеграл с переменным верхним пределом. Вычисление определённого интеграла по формуле Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определённом интеграле, интегрирование по частям. Геометрические и экономические приложения определённого интеграла. Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования и от неограниченных функций. Сходящиеся и расходящиеся несобственные интегралы. Критерий сходимости несобственных интегралов.

### **Тема 3.5 Дифференциальное и интегральное исчисление функций многих переменных**

Функции многих переменных. Линии и поверхности уровня. Предел и непрерывность функции многих переменных. Частные производные. Полный дифференциал. Частные производные и полные дифференциалы высших порядков. Градиент функции и его свойства. Производная по направлению. Экстремумы функции нескольких переменных. Глобальный и локальный экстремумы. Необходимые и достаточные условия локального экстремума для функций двух переменных. Условия существования экстремума и выпуклости функции многих переменных. Условный экстремум. Нахождение условного экстремума методом множителей Лагранжа. Наибольшее и наименьшее значения многомерной функции, непрерывной в замкнутой области. Кратные интегралы. Сведение кратного интеграла к повторному. Геометрическая интерпретация и приложения двойного интеграла.

### **Тема 3.6 Дифференциальные уравнения**

Понятие дифференциального уравнения. Частное и общее решения дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши. Теорема о существовании и единственности решения дифференциального уравнения. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные и линейные дифференциальные уравнения. Уравнения Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах. Дифференциальные уравнения высших порядков. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка. Однородные и неоднородные линейные дифференциальные уравнения второго порядка. Теоремы о свойствах решений линейных уравнений. Линейно независимые частные решения. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Общее решение линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами без правой части. Частное и общее решение линейного дифференциального уравнения с правой частью специального вида.

## **РАЗДЕЛ 4 ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ**

### **Тема 4.1 Случайные события и их вероятность**

Предмет теории вероятностей. Установление закономерностей в случайных процессах. Случайные события. Стохастический эксперимент. Событие. Элементарный исход. Пространство элементарных исходов. Алгебра событий. Виды событий. Операции над событиями. Определение вероятности наступления события. Формулы комбинаторики для вычисления вероятностей. Аксиомы теории вероятностей. Вероятности противоположных событий, суммы событий. Условная вероятность. Вероятность произведения. Независимость событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Последовательность независимых однородных испытаний. Схема Бернулли. Формула Пуассона. Локальная и интегральная формулы Муавра-Лапласа.

### **Тема 4.2 Случайные величины и процессы**

Определение случайных величин. Дискретные и непрерывные случайные величины. Генеральная совокупность и выборка. Функции распределения случайных величин. Плотность распределения вероятностей. Моменты случайных величин. Математическое ожидание случайной величины и его свойства. Медиана и мода случайной величины. Дисперсия случайной величины и среднеквадратическое отклонение; их свойства. Биноминальное распределение. Распределение Пуассона. Нормальное распределение. Многомерные случайные величины. Зависимые и независимые случайные величины. Числовые характеристики зависимых случайных величин. Ковариация и корреляция. Функции случайных величин. Многомерные распределения. Функции от нормально распределенных величин. Распределения Стьюдента, Пирсона – хи-квадрат, Снедекора-Фишера. Предельные теоремы теории вероятностей. Центральная предельная теорема. Случайные процессы. Примеры использования вероятностных подходов при решении экономико-управленческих задач.

### Тема 4.3 Элементы математической статистики

Предмет математической статистики. Выборочный метод. Методы отбора. Репрезентативность выборки. Вариационный ряд. Табличное представление выборки. Графическое представление выборки. Полигон, гистограмма, кумулята. Числовые характеристики выборки. Мода и медиана. Сходимость случайной величины по вероятности. Построение точечных оценок для параметров распределения. Метод моментов. Несмещенная, состоятельная и точечная оценка. Эмпирическое среднее и эмпирическая дисперсия. Построение интервальных оценок. Доверительный интервал. Оценка требуемого объема выборки. Односторонние доверительные интервалы. Проверка статистических гипотез. Сравнение двух генеральных средних. Оценка необходимого числа опытов для получения результата с заданной погрешностью. Примеры использования методов математической статистики при решении экономико-управленческих задач.

## 4.3. ПЛАН ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

### Практическое занятие № 1

к разделу 1 Линейная алгебра теме 1.1. Матрицы и определители  
*практическое занятие проводится в интерактивной форме*

*(семинар, решение практических заданий)*

*Вопросы для семинара:*

1. Какая матрица называется нижней треугольной (верхней треугольной)? Приведите примеры.
2. Когда возможна операция сложения (произведения) матриц  $A_{m \times n}$  и  $B_{k \times p}$ , что является результатом этой операции?
3. Дайте определение транспонированной (единичной) матрицы. Приведите примеры.
4. Какая матрица называется канонической?
5. Какие преобразования над элементами матрица называются элементарными?
6. Какая матрица называется диагональной?
7. Можно ли умножить строку длины  $m$  на столбец высоты  $n$ ?
8. Можно ли умножить столбец высоты  $n$  на строку длины  $m$ ?
9. Каковы правила вычисления определителей 1 и 2-го порядков?
10. Каковы правила вычисления определителя 3-го порядка?
11. Каковы правила вычисления определителя  $n$ -го порядка?
12. Какая матрица называется обратной к данной?
13. Какая матрица называется союзной к данной?
14. Укажите способы нахождения обратной матрицы.
15. Укажите известные вам свойства определителей.

*Перечень практических задач.*

**Задание 1.** Найти матрицу  $\lambda A + \mu B$ , если:

а)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -7 \end{pmatrix}$ ,  $\lambda = 2$ ,  $\mu = -3$ ;

б)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 8 \\ 4 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & -3 & 5 \end{pmatrix}$ ,  $\lambda = 3$ ,  $\mu = -2$ ;

$$\text{в) } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}, \quad \lambda = 5, \mu = -1.$$

**Задание 2.** Умножить матрицы:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & 5 & 2 \end{pmatrix};$$

$$\text{в) } \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ -3 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 7 & 1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}; \quad \text{г) } \begin{pmatrix} 3 & 1 & 5 \\ 6 & -2 & 7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix};$$

$$\text{д) } \begin{pmatrix} -1 & 1 & 6 \\ 4 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 & -3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & -4 & 7 \end{pmatrix}; \quad \text{е) } \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & 4 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 11 & -2 \\ 1 & 5 \\ -7 & 0 \end{pmatrix};$$

$$\text{ж) } \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 & 1 & 13 \\ 6 & 1 & 5 \\ -3 & -1 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -10 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

**Задание 3.** Вычислить определитель:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}; \quad \text{б) } \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ -2 & 1 \end{vmatrix}; \quad \text{в) } \begin{vmatrix} -2 & -3 \\ 4 & 6 \end{vmatrix};$$

$$\text{г) } \begin{vmatrix} 7 & 5 \\ 10 & 7 \end{vmatrix}; \quad \text{д) } \begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 100 & 100 \end{vmatrix}; \quad \text{е) } \begin{vmatrix} 0,1 & 0,01 \\ 1 & 0,1 \end{vmatrix};$$

$$\text{ж) } \begin{vmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{2} \end{vmatrix}; \quad \text{з) } \begin{vmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \end{vmatrix}; \quad \text{и) } \begin{vmatrix} 5 & 25 \\ \frac{1}{5} & -\frac{1}{5} \end{vmatrix}.$$

**Задание 4.** Найти определитель матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -5 & 4 & 3 \\ 3 & -4 & 7 & 5 \\ 4 & -9 & 8 & 5 \\ -3 & 2 & -5 & 3 \end{pmatrix}$$

**Задание 5.** Найти ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} -5 & 1 & 5 & 2 & 1 \\ 6 & -2 & -10 & -4 & 1 \\ 7 & 1 & 5 & 5 & -8 \end{pmatrix}$$

### **Рекомендуемая литература**

#### **Основная литература**

Глухов, В. А. Курс высшей математики. В 2-х томах. Т.1 : учебник / В. А. Глухов, Г. А. Котов, О. В. Котова. — Макеевка : Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2020. — 566 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/99382.html>

Глухов, В. А. Курс высшей математики. В 2-х томах. Т. II : учебник / В. А. Глухов, Г. А. Котов, О. В. Котова. — Макеевка : Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2020. — 617 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/99383.html>

Алексеев, Г. В. Курс высшей математики для гуманитарных направлений : учебное пособие / Г. В. Алексеев, И. И. Холявин. — Москва : Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 264 с. — ISBN 978-5-4497-0456-6. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/96847.html>

Погорелов, А. В. Аналитическая геометрия / А. В. Погорелов. — 4-е изд. — Москва, Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, Институт компьютерных исследований, 2019. — 208 с. — ISBN 978-5-4344-0720-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/91909.html>

Краткий курс высшей математики : учебник / К. В. Балдин, Ф. К. Балдин, В. И. Джеффаль [и др.] ; под редакцией К. В. Балдина. — 3-е изд. — Москва : Дашков и К, 2019. — 512 с. — ISBN 978-5-394-03335-3. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/85606.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

Шапкин, А. С. Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию : учебное пособие для бакалавров / А. С. Шапкин, В. А. Шапкин. — 8-е изд. — Москва : Дашков и К, 2019. — 432 с. — ISBN 978-5-394-01943-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/85140.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

#### *Дополнительная литература*

Михалев, А. В. Алгебра матриц и линейные пространства : учебное пособие / А. В. Михалев, А. А. Михалев. — 3-е изд. — Москва, Саратов : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 145 с. — ISBN 978-5-4497-0364-4. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/89415.html>

Богун, В. В. Аналитическая геометрия на плоскости: дистанционные динамические расчетные проекты : учебное пособие / В. В. Богун. — Саратов : Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 117 с. — ISBN 978-5-4497-0406-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/92634.html>

Казиев, В. М. Введение в математику : учебное пособие / В. М. Казиев. — 3-е изд. — Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 197 с. — ISBN 978-5-4497-0547-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/94850.html>

Казанцева, Е. В. Дифференциальные уравнения. Фазовая плоскость : учебное пособие / Е. В. Казанцева. — Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2020. — 64 с. — ISBN 978-5-7782-4128-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/98702.html>

Математический анализ и дифференциальные уравнения. Задачи и упражнения : учебное пособие / В. В. Власов, С. И. Митрохин, А. В. Прошкина [и др.]. — 3-е изд. — Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 375 с. — ISBN 978-5-4497-0657-7. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/97549.html>

Эварт, Т. Е. Методы вычислительной математики. Решение дифференциальных и матричных уравнений : учебное пособие / Т. Е. Эварт, В. В. Поздьяев. — Саратов : Вузовское образование, 2020. — 94 с. — ISBN 978-5-4487-0674-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/91119.html>

Хамидуллин, Р. Я. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие /



принято называть системой  $n$  линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) с  $n$  неизвестными. При этом произвольные числа  $a_{ij}$  ( $i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, n$ ) называются коэффициентами системы (коэффициентами при неизвестных), а числа  $b_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) – свободными членами. Такая форма записи (1) алгебраической линейной системы называется нормальной. Решением СЛАУ (1) называется совокупность чисел  $x_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), при подстановке которых в систему каждое из ее уравнений обращается в тождество.

Систему (1) можно записать в матричной форме

$$A \times X = B, \quad (2)$$

где  $A$  – матрица коэффициентов при неизвестных (матрица системы):

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}, \quad (3)$$

$X$  – вектор-столбец неизвестных  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ :

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix}, \quad (4)$$

$B$  – вектор-столбец свободных членов:

$$B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix}, \quad (5)$$

или  $B = (b_1, b_2, \dots, b_n)^T$ . Целое число  $n$  называется размерностью системы.

Система (2) может быть записана в развернутом виде

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Система уравнений (6) называется совместной, если она имеет хотя бы одно решение, и несовместной – в противном случае. Совместная система (6) называется определенной, если она имеет единственное решение, и неопределенной, если она имеет больше одного решения.

## 2 Практический материал

Вопросы исследования СЛАУ (6) на совместность оставим за пределами нашего рассмотрения. Все же методы решения линейных алгебраических систем принято делить на два класса: прямые и итерационные. Прямыми называются методы решения СЛАУ, которые приводят к решению за конечное число арифметических операций. В случае точной реализации операций решение будет точным, поэтому и прямые методы иногда называют точными. Итерационными методами называют такие методы, в которых точное решение может быть получено за счет реализации многократно повторяющихся действий (итераций).



Эффективность способов решения системы (6) во многом определяется свойствами матрицы (3)  $A$  (размерностью, симметричностью, заполненностью и т.д.). MS Excel располагает рядом возможностей для работы с матрицами.

### 2.1 Табличные формулы и операции с матрицами

Табличные формулы или формулы массива – очень мощное вычислительное средство Excel, позволяющее работать с блоками рабочего листа как с отдельными ячейками. Табличные формулы в качестве результата возвращают массив значений. Поэтому перед вводом такой формулы необходимо выделить диапазон ячеек, куда будут помещены результаты. Потом набирается сама формула. Ввод ее в выделенный диапазон ячеек осуществляется нажатием комбинации клавиш Ctrl+Shift+Enter. Это принципиально. Формула вводится во все ячейки выделенного интервала. При активизации любой ячейки из интервала, содержащего формулу массива, в строке формул отображается введенная формула, заключенная в фигурные скобки. Именно фигурные скобки являются признаком табличной формулы. Для выделения всего блока, содержащего табличную формулу, необходимо выделить одну из его ячеек, после чего нажать комбинацию клавиш Ctrl+/. Невозможно редактировать содержимое только одной ячейки из интервала с табличной формулой. Изменить можно только весь блок целиком, для чего он и должен быть предварительно выделен.

Например, пусть необходимо сложить две матрицы размера  $3 \times 3$ . Элементы первой матрицы (9 элементов) разместим в интервале A1:C3, второй – в диапазоне E1:G3. Под результат выделим интервал A5:C7. После чего, не снимая выделения, введем формулу =A1:C3+E1:G3, нажав комбинацию клавиш Ctrl+Shift+Enter. В ячейках интервала A5:C7 отобразится результат – сумма соответствующих элементов матриц, а в строке формул мы увидим {=A1:C3+E1:G3}. Пусть вместо сложения нам надо умножить первую матрицу на число 2. Для этого перемещаемся внутрь интервала A5:C7, выделяем его, нажав комбинацию Ctrl+/, вносим в формулу исправления =A1:C3\*2, вводим ее нажатием Ctrl+Shift+Enter. В интервале A5:C7 увидим результат умножения, а в строке формул – табличную формулу {=A1:C3\*2}.

К простейшим операциям с матрицами принято относить следующие: сложение и вычитание матриц, умножение и деление матрицы на число, перемножение матриц, транспонирование, вычисление обратной матрицы. Умножение (деление) матрицы на число, сложение (вычитание) матриц в Excel реализуются достаточно просто: с помощью обычных формул (поэлементное сложение или вычитание, умножение или деление на число), либо с использованием табличных формул, как это было описано выше. Для остальных матричных операций в Excel предусмотрены функции рабочего листа из категории «Арифметические и тригонометрические функции»:

- 1) МОПРЕД(матрица) – вычисление определителя матрицы,
- 2) МОБР(матрица) – вычисление обратной матрицы,
- 3) МУМНОЖ(матрица1;матрица2) – произведение матриц,
- 4) ТРАНСП(матрица) – транспонирование матрицы.

Первая из этих функций в качестве результата возвращает число (опредетитель матрицы), поэтому вводится как обычная формула (Enter). Последние три возвращают блок ячеек, поэтому должны вводиться как табличные формулы (Ctrl+Shift+Enter).

### 2.2 Группировка рабочих листов

Рассмотрим задачу решения СЛАУ на следующем примере

$$\begin{cases} 8x_1 + 2x_2 - 8x_3 = -24, \\ -2x_1 - 2x_2 - 10x_3 = -48, \\ -2x_1 + 4x_2 + 8x_3 = 18. \end{cases} \quad (7)$$

Т.е. будем решать систему из трех алгебраических уравнений относительно трех неизвестных. Размерность системы (7)  $n=3$ , матрица системы  $A$  (3) размерности  $3 \times 3$  имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 2 & -8 \\ -2 & -2 & -10 \\ -2 & 4 & 8 \end{pmatrix}, \quad (8)$$

а вектор-столбец свободных членов (5)  $B=(-24, -48, 18)T$ .

Попробуем решить СЛАУ (7) в среде MS Excel тремя различными способами. Для чего создадим рабочую книгу из трех листов и назовем ее Решение СЛАУ.xls. Поскольку исходные данные для трех различных способов решения (а значит и трех рабочих листов книги) одни и те же (матрица системы A (8) и вектор-столбец свободных членов B), то неплохо было бы их одновременно ввести в эти рабочие листы. Excel предоставляет такую возможность. Этот инструмент называется группировкой рабочих листов. Для того, чтобы применить средство Группа, необходимо выделить группируемые рабочие листы, щелкнув первый рабочий лист (Лист1), на котором будут вводиться данные, а затем, удерживая клавишу Ctrl, щелкнуть ярлычки листов (Лист2 и Лист3), куда одновременно должны вводиться те же самые данные. Либо, если группируемые рабочие листы расположены подряд, как в нашем случае, при выделенном первом (Лист1) щелкнуть, удерживая нажатой клавишу Shift, на ярлычке последнего (Лист3). После этого можно вводить данные на текущем рабочем листе, они автоматически появятся в одноименных ячейках на всех остальных сгруппированных листах. Признаком группировки нескольких листов является появившееся в строке заголовка слово [Группа] ([Group]), заключенное в квадратные скобки (рис. 1). После ввода группировку необходимо отменить. Для отмены необходимо выбрать любой из листов, не входящих в группу, либо щелкнуть правой кнопкой мыши на любом ярлычке листа из группы и выполнить команду Разгруппировать листы.

Для решения рассматриваемой СЛАУ (7) сгруппируем листы (Лист1:Лист3), разместим в ячейках текущего листа (Лист1) A1, B2, D2, A6:A9 соответствующие поясняющие тексты (заголовки), в интервале A3:C5 – элементы матрицы A (8), а в интервале D3:D5 – элементы вектора B. Интервал B7:B9 зарезервируем под искомое решение – вектор X (4). После этих манипуляций все три рабочих листа примут одинаковый вид (рис. 1). Перед дальнейшей работой не забудьте разгруппировать рабочие листы.

	A	B	C	D	E
1	Решение СЛАУ (A X = B) размерности n=3				
2	Матрица A			Столбец B	
3	8	2	-8	-24	
4	-2	-2	-10	-48	
5	-2	4	8	18	
6	Решение X				
7	x <sub>1</sub> =				
8	x <sub>2</sub> =				
9	x <sub>3</sub> =				

Рис. 1

### 2.3 Метод Крамера

Метод Крамера большинству известен еще со школьной скамьи. Решение СЛАУ (6) находится по формулам Крамера

$$X = \begin{pmatrix} \frac{\det A_1}{\det A} \\ \frac{\det A_2}{\det A} \\ \dots \\ \frac{\det A_n}{\det A} \end{pmatrix}, \quad (9)$$

где  $\det A = |A|$  – определитель матрицы (3) системы (главный определитель),  $\det A_i = |A_i|$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) – определители матриц  $A_i$  (вспомогательные определители), которые получаются из  $A$  заменой  $i$ -го столбца на столбец свободных членов  $B$  (5). Линейная алгебраическая система несовместна (не имеет решений), если  $\det A=0$ . Для рассматриваемой СЛАУ (7) вспомогательные матрицы имеют следующий вид

$$A_1 = \begin{pmatrix} -24 & 2 & -8 \\ -48 & -2 & -10 \\ 18 & 4 & 8 \end{pmatrix}, A_2 = \begin{pmatrix} 8 & -24 & -8 \\ -2 & -48 & -10 \\ -2 & 18 & 8 \end{pmatrix}, A_3 = \begin{pmatrix} 8 & 2 & -24 \\ -2 & -2 & -48 \\ -2 & 4 & 18 \end{pmatrix} \quad (10)$$

Разместим их на рабочем листе (рис. 2). Причем сделаем это не путем простого копирования соответствующих значений, а вводом формул с использованием абсолютных ссылок (рис. 3) на элементы матрицы  $A$  из интервала  $A3:C5$  и элементы вектора  $B$  из интервала  $D3:D5$  (рис. 1). Во-первых, это ускорит процесс ввода матриц  $A_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) (формулы введем только в интервал  $A11:C13$  матрицы  $A_1$  и в интервал  $E11:E13$  первого столбца матрицы  $A_2$ , далее же будем их блоками только копировать:  $A11:A13$  в  $F11:F13$  и в  $K11:K13$ ,  $B11:B13$  в  $J11:J13$ ,  $C11:C13$  в  $G11:G13$ ,  $E11:E13$  в  $I11:I13$ ). Во-вторых, это сделает проектируемую таблицу универсальной в том смысле, что можно будет изменять только исходные данные (матрицу системы  $A$  в интервале  $A3:C5$  и вектор-столбец свободных членов  $B$  в  $D3:D5$ ), а все остальное (в том числе и решение СЛАУ) будет автоматически вычисляться.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
10		Матрица $A_1$				Матрица $A_2$				Матрица $A_3$	
11	-24	2	-8		8	-24	-8		8	2	-24
12	-48	-2	-10		-2	-48	-10		-2	-2	-48
13	18	4	8		-2	18	8		-2	4	18

Рис. 2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
10		Матрица $A_1$				Матрица $A_2$				Матрица $A_3$	
11	=D\$3	=B\$3	=C\$3		=A\$3	=D\$3	=C\$3		=A\$3	=B\$3	=D\$3
12	=D\$4	=B\$4	=C\$4		=A\$4	=D\$4	=C\$4		=A\$4	=B\$4	=D\$4
13	=D\$5	=B\$5	=C\$5		=A\$5	=D\$5	=C\$5		=A\$5	=B\$5	=D\$5

Далее, воспользовавшись функцией МОПРЕД(матрица), вычислим определители всех матриц (рис. 4). Аналогичная формула (=МОПРЕД(A3:C5)) для вычисления определителя матрицы  $A$  записана в ячейку  $E8$ . Осталось по формулам Крамера (9) найти решение системы (7). Соответствующие формулы Excel запишем в интервал решения  $B7:B9$  (рис. 5), в котором и увидим решение.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
15	$\det A_1 =$	1080			$\det A_2 =$	-1440			$\det A_3 =$	1800

Результат (рис. 6). Обратите внимание на то (рис. 5), что при вычислении  $x_i$  ( $i = 1, 2, 3$ )

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
15	$\det A_1 =$	=МОПРЕД(A11:C13)			$\det A_2 =$	=МОПРЕД(E11:G13)			$\det A_3 =$	=МОПРЕД(I11:K13)

Рис. 4

анализируется значение определителя матрицы системы  $A$ , вычисленное в ячейке  $E8$ , и, если

оно равно нулю (система несовместна), то в В7 помещается текст «Решения нет», а в ячейки В8 и В9 – пустые строки.

	А	В
6	Решение X	
7	$x_1 =$	$=\text{ЕСЛИ}(\$E\$8=0;"Решения нет";\$B\$15/\$E\$8)$
8	$x_2 =$	$=\text{ЕСЛИ}(\$E\$8=0;"";\$F\$15/\$E\$8)$
9	$x_3 =$	$=\text{ЕСЛИ}(\$E\$8=0;"";\$J\$15/\$E\$8)$

Рис. 5

	А	В	С	Д	Е
6	Решение X				
7	$x_1 =$	3			
8	$x_2 =$	-4	det A =	360	
9	$x_3 =$	5			

Рис. 6

#### 2.4 Матричный способ решения

Матричный способ решения СЛАУ (6) достаточно прост. Обе части матричного равенства (2) умножим слева на обратную матрицу  $A^{-1}$ . Получим  $A^{-1} \times A \times X = A^{-1} \times B$ . Т.к.  $A^{-1} \times A = E$ , где  $E$  – единичная матрица (диагональная матрица, у которой по главной диагонали расположены единицы). Тогда решение системы (2) запишется в следующем виде

$$X = A^{-1} \times B. \quad (11)$$

Таким образом, для решения системы (2) (вычисления вектора-столбца  $X$  (4)) необходимо найти для матрицы  $A$  (3) обратную  $A^{-1}$  и умножить ее справа на вектор-столбец  $B$  (5) свободных членов. Для чего, воспользовавшись функциями Excel МУМНОЖ(матрица1;матрица2) и МОБР(матрица), введем в интервал В7:В9 следующего рабочего листа (Лист2) табличную, т.е. используя для ввода комбинацию Ctrl+Shift+Enter, мегаформулу  $=\text{МУМНОЖ}(\text{МОБР}(A3:C5);D3:D5)$ . После чего в строке формул увидим  $\{\text{МУМНОЖ}(\text{МОБР}(A3:C5);D3:D5)\}$ , а в интервале В7:В9 – решение, точно такое же, как и в предыдущем случае (рис. 6).

#### 2.5 Поиск решения

Широкий класс экономических задач составляют задачи оптимизации. Задачи оптимизации предполагают поиск значений аргументов, доставляющих функции, которую называют целевой, минимальное или максимальное значение при наличии каких-либо дополнительных ограничений. MS Excel располагает мощным средством для решения оптимизационных задач. Это инструмент-надстройка, который называется Поиск решения (Solver) [5]. Поиск решения доступен через меню Сервис/Поиск решения.

Задачу решения СЛАУ (1) можно свести к оптимизационной задаче. Для чего одно из уравнений (например, первое) взять в качестве целевой функции, а оставшиеся  $n-1$  рассматривать в качестве ограничений. Запишем систему (1) в виде

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n - b_1 = 0, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n - b_2 = 0, \\ \dots, \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n - b_n = 0. \end{cases} \quad (12)$$

Тогда задача оптимизации для Поиска решения может звучать следующим образом. Найти значения  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ , доставляющие нуль функции, стоящей слева в первом уравнении системы (12), при  $n-1$  ограничениях, представленных оставшимися уравнениями.

Для решения этой задачи необходимо записать выражения (формулы) для вычисления значений функций, стоящих слева в уравнениях системы (12). Отведем под эти формулы интервал C7:C9 текущего рабочего листа (Лист3). В ячейку C7 введем формулу  $=A3*\$B\$7+B3*\$B\$8+C3*\$B\$9-D3$  и скопируем ее в оставшиеся C8 и C9. В них появятся соответственно  $=A4*\$B\$7+B4*\$B\$8+C4*\$B\$9-D4$  и  $=A5*\$B\$7+B5*\$B\$8+C5*\$B\$9-D5$ . Осталось, обратившись к пункту меню Сервис/Поиск решения, в окне диалога (рис. 7) задать параметры поиска (установить целевую ячейку C7 равной нулю, решение в изменяемых ячейках B7:B9, ограничения заданы формулами в ячейках C8 и C9). После щелчка по кнопке Выполнить в интервале B7:B9 получим результат (рис. 8) – решение СЛАУ (7)

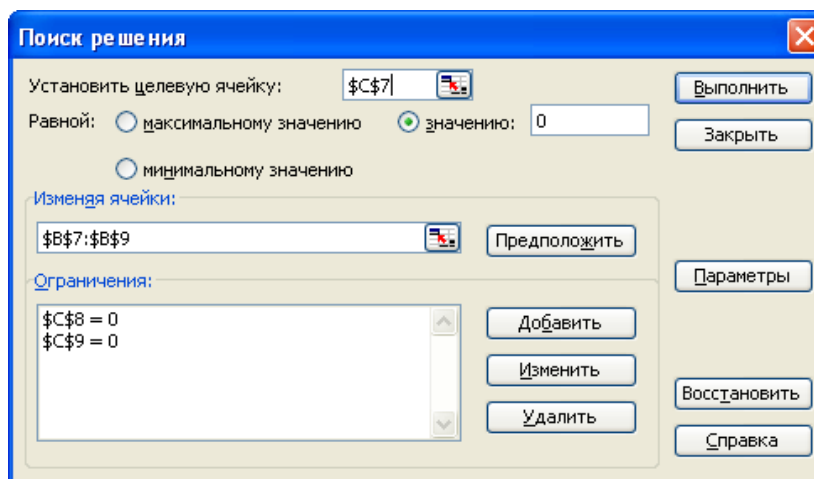


Рис. 7

В завершение работы можно защитить ячейки созданных таблиц от несанкционированного, часто случайного, изменения и скрыть формулы, по которым находится решение СЛАУ. Для этого существует стандартное средство Excel – пункт меню Сервис/Защита/Защитить лист. Перед этим необходимо снять защиту с ячеек, содержащих исходные данные (A3:C5 – элементы матрицы A (8), и D3:D5 – элементы вектора B), выделив эти интервалы, выбрав меню Формат/Ячейки вкладка Защита и сбросив флажок Защищаемая ячейка. Для ячеек же, содержащих формулы, надо в этом диалоге (Формат ячеек) установить флажок Скрыть формулы. Надо знать, что после такой защиты невозможно будет воспользоваться средством Поиск решения. Поэтому защитить ячейки и скрыть формулы можно на первом и втором листах. В случае необходимости можно скрыть и отображаемую в ячейках информацию, поставив в соответствие этим ячейкам пользовательский формат ;;; (три точки с запятой).

	A	B	C	D	E
6	Решение X		Уравнения		
7	$x_1 =$	3	0	<<целевая функция	
8	$x_2 =$	-4	0	<<1-ое ограничение	
9	$x_3 =$	5	0	<<2-ое ограничение	

Рис. 8

### **ЗАДАНИЕ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ**

В соответствии с порядковым номером в журнале выберите из приведенных ниже систему линейных алгебраических уравнений четвертого ( $n=4$ ) порядка. Приведите ее к нормальному виду (1). Разработайте таблицы Excel для решения выбранной СЛАУ тремя различными способами:

- 1) методом Крамера (п. 2.3),

- 2) матричным способом ([п. 2.4](#)),  
 3) используя Поиск решения ([п. 2.5](#)).

**Варианты систем линейных алгебраических уравнений:**

$$1) \begin{cases} 8x_1 + 4x_2 - 6x_3 + 18 = 0, \\ -2x_1 - 4x_3 - 6x_4 + 2 = 0, \\ 6x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 + 14 = 0, \\ 4x_1 + 6x_2 + 8x_3 + 8x_4 + 6 = 0; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} -8x_1 + 2x_2 - 2x_4 - 34 = 0, \\ -6x_1 - 4x_2 - 2x_3 - 2x_4 - 24 = 0, \\ -10x_1 + 2x_2 + 4x_4 - 68 = 0, \\ -2x_1 - 6x_2 + 8x_3 - 4x_4 + 36 = 0; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 6x_1 - 4x_3 - 4x_4 + 34 = 0, \\ -10x_1 + 10x_3 - 20 = 0, \\ -8x_1 - 4x_2 + 2x_4 - 44 = 0, \\ -2x_1 - 10x_2 + 6x_3 + 4x_4 + 2 = 0; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 8x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 32 = 0, \\ 2x_1 + 4x_3 + 2x_4 + 14 = 0, \\ 2x_1 - 8x_2 - 8x_3 - 6 = 0, \\ -10x_1 - 4x_2 + 10x_3 + 2x_4 - 24 = 0; \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} 2x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 16 = 0, \\ -6x_1 + 8x_2 + 4x_3 + 2x_4 - 34 = 0, \\ -2x_2 + 6x_3 - 10x_4 + 60 = 0, \\ 6x_1 - 10x_2 + 2x_3 - 81x_4 + 78 = 0; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} 6x_1 - 2x_2 + 10x_3 + 4x_4 + 46 = 0, \\ -6x_1 - 4x_2 + 10x_3 + 10x_4 - 36 = 0, \\ x_3 - 4x_4 + 19 = 0, \\ 8x_2 - 4x_3 + 10x_4 - 60 = 0; \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} 6x_1 + 8x_3 - 6x_4 + 2 = 0, \\ 10x_1 - 10x_2 - 2x_3 - 8x_4 - 42 = 0, \\ 4x_1 - 2x_2 - 2x_3 + 10x_4 - 12 = 0, \\ -4x_1 - 2x_2 - 2x_3 - 4 = 0; \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} -4x_1 + 6x_2 - 4x_3 - 6x_4 + 18 = 0, \\ 4x_1 + 10x_2 - 8x_3 + 2x_4 + 18 = 0, \\ 2x_2 - 6x_3 + 6x_4 = 0, \\ -2x_3 - 2x_4 - 2 = 0; \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} 4x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 8x_4 + 12 = 0, \\ -8x_2 - 2x_3 + 6x_4 - 26 = 0, \\ -2x_1 + 2x_2 - 8x_3 + 8x_4 = 0, \\ -8x_2 + 2x_3 - 6x_4 - 22 = 0; \end{cases}$$

$$10) \begin{cases} 2x_1 + 8x_2 + 6x_3 + 28 = 0, \\ -4x_2 + 6x_3 + 8x_4 - 6 = 0, \\ -8x_1 + 4x_2 + 10x_4 + 20 = 0, \\ -6x_1 - 2x_2 - 4x_3 + 2x_4 - 4 = 0; \end{cases}$$

$$11) \begin{cases} -4x_1 - 8x_3 - 4x_4 - 4 = 0, \\ 6x_1 - 2x_2 - 6x_3 - 6x_4 - 18 = 0, \\ -4x_1 + 2x_2 - 8x_3 - 8x_4 + 2 = 0, \\ -8x_2 - 6x_3 - 8x_4 - 30 = 0; \end{cases}$$

$$12) \begin{cases} -2x_1 - 2x_2 + 2x_4 - 4 = 0, \\ -8x_2 - 6x_3 - 8x_4 - 30 = 0, \\ -4x_1 - 10x_2 - 10x_3 + 10x_4 - 36 = 0, \\ 10x_1 + 4x_2 + 4x_3 - 4x_4 + 6 = 0; \end{cases}$$

$$13) \begin{cases} -10x_1 + 10x_4 - 20 = 0, \\ 6x_1 + 2x_2 - 6x_3 + 2x_4 - 24 = 0, \\ 2x_1 + 6x_2 + 2x_3 + 10x_4 - 28 = 0, \\ 4x_1 + 6x_2 + 4x_3 - 4x_4 + 16 = 0; \end{cases}$$

$$14) \begin{cases} -9x_1 - 9x_2 - 5x_3 + 10x_4 - 31 = 0, \\ -4x_1 + 7x_2 + 5x_3 + 14 = 0, \\ 9x_1 - 5x_2 + x_3 - 7 = 0, \\ -11x_2 - 13x_3 + 2x_4 - 32 = 0; \end{cases}$$



$$15) \begin{cases} -5x_1 + x_2 - 7x_3 + 8x_4 - 33 = 0, \\ 9x_2 - 3x_3 - 4x_4 + 6 = 0, \\ -3x_1 + 7x_2 + 5x_3 + 13 = 0, \\ -7x_2 - 11x_3 - 4x_4 - 10 = 0; \end{cases}$$

$$16) \begin{cases} 3x_1 - 11x_2 + 5x_3 + 4x_4 - 5 = 0, \\ -8x_1 - 5x_2 - 3x_3 + 10x_4 - 28 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 7 = 0, \\ -6x_1 - 11x_2 + 3x_3 + 12 = 0; \end{cases}$$

$$17) \begin{cases} 5x_1 - 7x_2 - 11x_3 + 8x_4 - 51 = 0, \\ -6x_1 - 9x_2 - 3x_3 - 2x_4 + 6 = 0, \\ 3x_1 + 5x_2 - 5x_3 - 6x_4 + 5 = 0, \\ -5x_2 - 13x_3 + 4x_4 - 38 = 0; \end{cases}$$

$$18) \begin{cases} x_1 + 7x_2 + 3x_3 + 4x_4 - 7 = 0, \\ 5x_2 - 9x_3 - 4x_4 - 6 = 0, \\ 9x_1 - 9x_2 - 9x_3 + 8x_4 - 51 = 0, \\ -10x_1 - 7x_2 - 7x_3 - 6x_4 + 14 = 0; \end{cases}$$

$$19) \begin{cases} 7x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 - 11 = 0, \\ 3x_2 + 5x_3 - 6x_4 + 6 = 0, \\ x_1 + 9x_2 + 5x_3 - 1 = 0, \\ 5x_2 - 3x_3 + 10x_4 - 10 = 0; \end{cases}$$

$$20) \begin{cases} -3x_1 - 11x_2 - 13x_3 + 12x_4 - 9 = 0, \\ 7x_2 - 9x_3 + 6x_4 - 6 = 0, \\ 5x_1 - 3x_2 - x_3 + 10x_4 - 15 = 0, \\ -12x_1 - x_2 - 11x_3 - 2x_4 + 14 = 0; \end{cases}$$

$$21) \begin{cases} -3x_1 + x_2 - 11x_3 + 4x_4 - 1 = 0, \\ -4x_1 - 3x_2 - 3x_3 + 4 = 0, \\ x_1 - 7x_2 - 13x_3 - 2x_4 + 1 = 0, \\ 4x_1 - 5x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 0; \end{cases}$$

$$22) \begin{cases} -5x_1 - 7x_2 - 5x_3 + 6x_4 - 1 = 0, \\ 5x_2 + 7x_3 = 0, \\ -3x_1 + 7x_2 + x_3 + 12x_4 - 9 = 0, \\ -12x_1 + 5x_2 - 11x_3 - 2x_4 + 14 = 0; \end{cases}$$

$$23) \begin{cases} -5x_1 - 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 7 = 0, \\ 4x_1 + 7x_2 - 3x_3 + 8x_4 - 12 = 0, \\ x_1 - 11x_2 - x_3 + 6x_4 - 7 = 0, \\ 3x_2 + x_3 - 4x_4 + 4 = 0; \end{cases}$$

$$24) \begin{cases} 9x_1 - 5x_2 + 5x_3 - 9 = 0, \\ -2x_1 + 9x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 0, \\ x_1 + 3x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 1 = 0, \\ -14x_1 - 3x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 16 = 0; \end{cases}$$

$$25) \begin{cases} 3x_1 - 3x_2 + x_3 - 2x_4 + 2 = 0, \\ -9x_2 - 5x_3 + 8x_4 + 14 = 0, \\ -x_1 - 3x_2 - 3x_3 - 6x_4 + 6 = 0, \\ -3x_2 - 9x_3 - 4x_4 + 12 = 0; \end{cases}$$

$$26) \begin{cases} -3x_1 + 9x_2 + 7x_3 - 4x_4 - 16 = 0, \\ -6x_1 + 5x_2 - 9x_3 + 8x_4 + 4 = 0, \\ -7x_1 - 9x_2 - 7x_3 + 4x_4 + 16 = 0, \\ 7x_2 + x_3 - 8 = 0; \end{cases}$$

$$27) \begin{cases} -9x_1 - x_2 - 5x_3 + 2x_4 + 6 = 0, \\ x_2 - 7x_3 - 2x_4 + 6 = 0, \\ 7x_1 + 3x_2 - 5x_3 + 12x_4 + 2 = 0, \\ -4x_1 - 5x_2 - 3x_3 + 10x_4 + 8 = 0; \end{cases}$$

$$28) \begin{cases} 3x_1 + 3x_2 - x_3 - 8x_4 - 2 = 0, \\ 2x_1 + 7x_2 - 5x_3 + 8x_4 - 2 = 0, \\ 7x_1 - 7x_2 - x_3 + 2x_4 + 8 = 0, \\ -5x_2 - 7x_3 + 8x_4 + 12 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{array}{l}
29) \begin{cases} -x_1 + 5x_2 - x_3 + 4x_4 - 4 = 0, \\ -2x_1 + 3x_2 - 11x_3 + 8 = 0, \\ -3x_1 + 5x_2 - 11x_3 + 12x_4 + 6 = 0, \\ 9x_2 - 11x_3 + 2 = 0; \end{cases} \\
31) \begin{cases} 7x_1 + 5x_2 - 9x_3 - 6x_4 - 80 = 0, \\ -8x_1 - 5x_2 - x_3 + 6x_4 + 35 = 0, \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 0, \\ -6x_1 - 3x_2 - 7x_3 - 5 = 0; \end{cases} \\
33) \begin{cases} 9x_1 + 3x_2 - 9x_3 + 2x_4 - 90 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 - 7x_3 - 45 = 0, \\ -7x_1 - 7x_2 - 7x_3 - 6x_4 = 0, \\ x_2 + 5x_3 + 2x_4 + 25 = 0; \end{cases} \\
35) \begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + 5x_3 - 6x_4 + 10 = 0, \\ 7x_2 - 5x_3 - 2x_4 - 25 = 0, \\ -9x_1 - 7x_2 - 13x_3 + 8x_4 - 20 = 0, \\ 4x_1 - 5x_2 - 3x_3 + 2x_4 - 35 = 0; \end{cases} \\
30) \begin{cases} -x_1 + 9x_2 + 7x_3 - 8x_4 - 16 = 0, \\ -4x_1 + 9x_2 - x_3 - 8 = 0, \\ 5x_1 - 3x_2 + 5x_3 - 2 = 0, \\ -12x_1 - 5x_2 - 5x_3 - 4x_4 + 10 = 0; \end{cases} \\
32) \begin{cases} 5x_1 - 9x_2 - 9x_3 - 70 = 0, \\ -6x_1 - 5x_2 - 9x_3 - 15 = 0, \\ -5x_1 - 3x_2 - 3x_3 - 8x_4 + 10 = 0, \\ -2x_1 - 3x_2 - x_3 + 2x_4 + 5 = 0; \end{cases} \\
34) \begin{cases} x_1 - 5x_2 + 5x_3 + 20 = 0, \\ -6x_1 - 9x_2 - 5x_3 + 10x_4 + 5 = 0, \\ 7x_1 + 5x_2 - x_3 - 2x_4 - 40 = 0, \\ 3x_2 - x_3 - 6x_4 - 5 = 0; \end{cases} \\
36) \begin{cases} -5x_1 - 9x_2 + 3x_3 + 12x_4 + 40 = 0, \\ -12x_1 - 3x_2 - 11x_3 - 2x_4 + 5 = 0, \\ 5x_1 - 3x_2 - 5x_3 - 50 = 0, \\ -7x_2 + x_3 + 5 = 0. \end{cases}
\end{array}$$

Правильность полученных решений легко проверить. В результате решения выбранной СЛАУ тремя различными способами должны получиться три одинаковых решения. Однако, на всякий случай, приведем решения систем 1)-36):

$$\begin{array}{lll}
1)-6) X = (-5, 1, -3, 4)^T; & 7)-12) X = (1, -3, -1, 0)^T; & 13)-18) X = (1, 0, -2, 3)^T; \\
19)-24) X = (1, 0, 0, 1)^T; & 25)-30) X = (0, 1, 1, 0)^T; & 31)-36) X = (5, 0, -5, 0)^T.
\end{array}$$

### **Рекомендуемая литература** **Основная литература**

Глухов, В. А. Курс высшей математики. В 2-х томах. Т.1 : учебник / В. А. Глухов, Г. А. Котов, О. В. Котова. — Макеевка : Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2020. — 566 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/99382.html>

Глухов, В. А. Курс высшей математики. В 2-х томах. Т.2 : учебник / В. А. Глухов, Г. А. Котов, О. В. Котова. — Макеевка : Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2020. — 617 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/99383.html>

Алексеев, Г. В. Курс высшей математики для гуманитарных направлений : учебное пособие / Г. В. Алексеев, И. И. Холявин. — Москва : Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 264 с. — ISBN 978-5-4497-0456-6. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/96847.html>

Погорелов, А. В. Аналитическая геометрия / А. В. Погорелов. — 4-е изд. — Москва, Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, Институт компьютерных исследований, 2019. — 208 с. — ISBN 978-5-4344-0720-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/91909.html>



Краткий курс высшей математики : учебник / К. В. Балдин, Ф. К. Балдин, В. И. Джеффаль [и др.] ; под редакцией К. В. Балдина. — 3-е изд. — Москва : Дашков и К, 2019. — 512 с. — ISBN 978-5-394-03335-3. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/85606.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

Шапкин, А. С. Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию : учебное пособие для бакалавров / А. С. Шапкин, В. А. Шапкин. — 8-е изд. — Москва : Дашков и К, 2019. — 432 с. — ISBN 978-5-394-01943-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/85140.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

#### *Дополнительная литература*

Михалев, А. В. Алгебра матриц и линейные пространства : учебное пособие / А. В. Михалев, А. А. Михалев. — 3-е изд. — Москва, Саратов : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 145 с. — ISBN 978-5-4497-0364-4. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/89415.html>

Богун, В. В. Аналитическая геометрия на плоскости: дистанционные динамические расчетные проекты : учебное пособие / В. В. Богун. — Саратов : Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 117 с. — ISBN 978-5-4497-0406-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/92634.html>

Казиев, В. М. Введение в математику : учебное пособие / В. М. Казиев. — 3-е изд. — Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 197 с. — ISBN 978-5-4497-0547-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/94850.html>

Казанцева, Е. В. Дифференциальные уравнения. Фазовая плоскость : учебное пособие / Е. В. Казанцева. — Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2020. — 64 с. — ISBN 978-5-7782-4128-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/98702.html>

Математический анализ и дифференциальные уравнения. Задачи и упражнения : учебное пособие / В. В. Власов, С. И. Митрохин, А. В. Прошкина [и др.]. — 3-е изд. — Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 375 с. — ISBN 978-5-4497-0657-7. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/97549.html>

Эварт, Т. Е. Методы вычислительной математики. Решение дифференциальных и матричных уравнений : учебное пособие / Т. Е. Эварт, В. В. Поздьяев. — Саратов : Вузовское образование, 2020. — 94 с. — ISBN 978-5-4487-0674-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/91119.html>

Хамидуллин, Р. Я. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / Р. Я. Хамидуллин. — Москва: Университет «Синергия», 2020. — 276 с. — ISBN 978-5-4257-0398-9. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/101341.html>

Математика [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Н.Б. Карбачинская [и др.].— Электрон. текстовые данные.— М.: Российский государственный университет правосудия, 2015.— 342 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/49604>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю

Королев В.Т. Математика и информатика. Часть первая. Математика [Электронный ресурс]/ Королев В.Т., Ловцов Д.А., Радионов В.В.— Электрон. текстовые данные.— М.: Российский государственный университет правосудия, 2015.— 248 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/45225>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю

**Практическое занятие № 3**  
**к разделу 1 Линейная алгебра теме 1.3. Линейные пространства**  
**практическое занятие проводится в интерактивной форме**  
**(семинар, решение практических заданий)**

*Вопросы для семинара:*

1. Определение линейного пространства (ЛП)
2. Аксиомы ЛП
3. Следствия аксиом ЛП
4. Примеры ЛП:
  - $Q(Q), R(Q), C(Q); R(R), C(R); C(C)$ .
  - $Q(R)$  — не ЛП. Объясните причину и приведите несколько аналогичных примеров.
  - Множества «геометрических векторов» на прямой  $V_1$ , на плоскости  $V_2$ , в пространстве  $V_3$  - ЛП над  $R$ .
  - $Q_n, R_n, C_n$  можно рассматривать как ЛП над различными ЧП. Приведите несколько примеров.
  - $K_m \times n$  можно рассматривать как ЛП над различными ЧП. Приведите несколько примеров.
  - Множества  $C(X), C_p(X)$ , состоящие из всех непрерывных ( $p$  раз непрерывно дифференцируемых) на открытом множестве  $X \subset R$  функций, можно рассматривать как ЛП над ЧП  $Q$  или  $R$ . Операции:

$$\forall f, g \in C(X), \forall x \in X : (f + g)(x) = f(x) + g(x);$$
$$\forall f \in C(X), \forall \alpha \in K, \forall x \in X : (\alpha \cdot f)(x) = \alpha \cdot f(x).$$

- Множество  $Pol(n, K)$  всех полиномов степени не выше  $n$  с коэффициентами из  $K$ , т.е. функций вида

$$x(t) = a_0 + a_1 t + \dots + a_n t^n,$$

где  $a_k \in K, k = 0, \dots, n$ .

Является ли ЛП множество всех полиномов степени  $n$ ? Ответ обоснуйте.

- Множество  $Trig(n, K)$  всех тригонометрических полиномов порядка не выше  $n$  с коэффициентами из  $K$ , т.е. функций вида

$$x(t) = a_0 + \sum_{k=1}^n (a_k \cos kt + b_k \sin kt),$$

где  $a_0, a_k, b_k \in K, k = 1, \dots, n$ .

Является ли ЛП множество всех тригонометрических полиномов порядка  $n$ ? Ответ обоснуйте.

-  $V = R, K = R$ , операции заданы формулами:

$$x \oplus y \text{ def} = x \cdot y, x, y \in V = R;$$
$$\alpha x \text{ def} = \alpha x, x \in V = R, \alpha \in K = R.$$

Проверьте выполнение всех аксиом ЛП. Этот пример показывает, что операции сложения элементов ЛП и умножения элемента ЛП на число могут быть совершенно «не похожими» на «обычные» сложение и умножение.

5. Простейшие свойства ЛП
6. Линейная комбинация
7. Линейная зависимость и независимость
8. Линейная оболочка
9. Размерность и базис ЛП
10. Правило суммирования Эйнштейна
11. Суммирование с символом Кронекера
12. Линейные оболочки и подпространства

*Практические задания:*

**Примеры.**

1.  $\dim K(K) = 1$ ; базис состоит из одного элемента, в качестве которого можно взять любое ненулевое число из  $K$ . Число 1 образует так называемый стандартный базис.
2.  $\dim R(Q) = \infty$ .

**Задача.**

Объясните почему.

3.  $\dim C(\mathbb{R})=2$ ; базис состоит из двух элементов, в качестве которых можно взять два любых ненулевых комплексных числа, сумма которых не равна нулю. Стандартный базис образуют числа  $1, i$

**Задача.**

Докажите.

$\dim \text{Pol}(n, \mathbb{K}) = n + 1$ . Стандартный базис состоит из многочленов  $e_0 = 1, e_1 = t, e_2 = t^2, \dots, e_n = t^n$

$\dim \text{Trig}(n, \mathbb{K}) = 2n + 1$ . Стандартный базис состоит из тригонометрических многочленов  $e_1 = \cos t, \dots, e_n = \cos nt,$

$e_0 = 1,$

$e_{-1} = \sin t, \dots, e_{-n} = \sin nt.$

**Задание.**

Является ли линейным пространством: а) пустое множество; б) множество, состоящее из одного нулевого элемента?

**Задание.**

Можно ли определить во множестве из двух элементов операции сложения и умножения на число так, чтобы это множество стало линейным пространством?

**Задание.**

Доказать, что:

1) если система векторов содержит линейно зависимую подсистему, то она линейно зависима;

2) если система векторов линейно независима, то любая ее подсистема также линейно независима;

3) если векторы  $a_1, a_2, \dots, a_k$  линейно независимы, а векторы  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_k$  линейно зависимы, то вектор  $a_0$  является линейной комбинацией векторов  $a_1, a_2, \dots, a_k$ .

**Задание.**

Выяснить, является ли линейным пространством данное множество векторов из  $n$ -мерного пространства, и если является, найти его размерность:

1) множество векторов, все координаты которых равны между собой;

2) множество векторов, первая координата которых равна 0;

3) множество векторов, сумма координат которых равна 0;

4) множество векторов, сумма координат которых равна 1;

5) множество векторов плоскости, параллельных данной прямой;

6) множество векторов трехмерного пространства, перпендикулярных данной прямой;

7) множество векторов плоскости, по модулю не превосходящих 1;

8) множество векторов плоскости, образующих угол  $\alpha$  с данной прямой ( $0 \leq \alpha \leq 90$ )

**Задание.**

Доказать, что множество матриц размера  $m \times n$  образует линейное пространство относительно обычных операций сложения матриц и умножения матрицы на число. Найти размерность и базис этого пространства.

**Задание.**

Выяснить, является ли данное множество квадратных матриц порядка  $n$  линейным пространством, и если является, найти его размерность:

1) множество матриц с нулевой первой строкой;

2) множество диагональных матриц;

3) множество верхних треугольных матриц;

4) множество вырожденных матриц.

**Рекомендуемая литература**

**Основная литература**

Глухов, В. А. Курс высшей математики. В 2-х томах. Т.1 : учебник / В. А. Глухов, Г. А.

Котов, О. В. Котова. — Макеевка : Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2020. — 566 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/99382.html>

Глухов, В. А. Курс высшей математики. В 2-х томах. Т. II : учебник / В. А. Глухов, Г. А. Котов, О. В. Котова. — Макеевка : Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2020. — 617 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/99383.html>

Алексеев, Г. В. Курс высшей математики для гуманитарных направлений : учебное пособие / Г. В. Алексеев, И. И. Холявин. — Москва : Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 264 с. — ISBN 978-5-4497-0456-6. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/96847.html>

Погорелов, А. В. Аналитическая геометрия / А. В. Погорелов. — 4-е изд. — Москва, Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, Институт компьютерных исследований, 2019. — 208 с. — ISBN 978-5-4344-0720-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/91909.html>

Краткий курс высшей математики : учебник / К. В. Балдин, Ф. К. Балдин, В. И. Джеффаль [и др.] ; под редакцией К. В. Балдина. — 3-е изд. — Москва : Дашков и К, 2019. — 512 с. — ISBN 978-5-394-03335-3. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/85606.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

Шапкин, А. С. Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию : учебное пособие для бакалавров / А. С. Шапкин, В. А. Шапкин. — 8-е изд. — Москва : Дашков и К, 2019. — 432 с. — ISBN 978-5-394-01943-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/85140.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

#### *Дополнительная литература*

Михалев, А. В. Алгебра матриц и линейные пространства : учебное пособие / А. В. Михалев, А. А. Михалев. — 3-е изд. — Москва, Саратов : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 145 с. — ISBN 978-5-4497-0364-4. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/89415.html>

Богун, В. В. Аналитическая геометрия на плоскости: дистанционные динамические расчетные проекты : учебное пособие / В. В. Богун. — Саратов : Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 117 с. — ISBN 978-5-4497-0406-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/92634.html>

Казиев, В. М. Введение в математику : учебное пособие / В. М. Казиев. — 3-е изд. — Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 197 с. — ISBN 978-5-4497-0547-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/94850.html>

Казанцева, Е. В. Дифференциальные уравнения. Фазовая плоскость : учебное пособие / Е. В. Казанцева. — Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2020. — 64 с. — ISBN 978-5-7782-4128-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/98702.html>

Математический анализ и дифференциальные уравнения. Задачи и упражнения : учебное пособие / В. В. Власов, С. И. Митрохин, А. В. Прошкина [и др.]. — 3-е изд. — Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 375 с. — ISBN 978-5-4497-0657-7. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/97549.html>

Эварт, Т. Е. Методы вычислительной математики. Решение дифференциальных и

матричных уравнений : учебное пособие / Т. Е. Эварт, В. В. Поздьяев. — Саратов : Вузовское образование, 2020. — 94 с. — ISBN 978-5-4487-0674-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/91119.html>

Хамидуллин, Р. Я. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / Р. Я. Хамидуллин. — Москва: Университет «Синергия», 2020. — 276 с. — ISBN 978-5-4257-0398-9. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/101341.html>

Математика [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Н.Б. Карбачинская [и др.].— Электрон. текстовые данные.— М.: Российский государственный университет правосудия, 2015.— 342 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/49604>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю

Королев В.Т. Математика и информатика. Часть первая. Математика [Электронный ресурс]/ Королев В.Т., Ловцов Д.А., Радионов В.В.— Электрон. текстовые данные.— М.: Российский государственный университет правосудия, 2015.— 248 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/45225>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю

**Практическое занятие № 4**  
**к разделу 2 Аналитическая геометрия**  
**теме 2.1. Аналитическая геометрия на плоскости**  
**практическое занятие проводится в интерактивной форме**  
**(семинар, решение практических заданий) На занятиях реализуется технология**  
**развивающей кооперации.**

*Вопросы для семинара:*

1. Написать различные виды прямой на плоскости.
2. Условие параллельности и перпендикулярности двух прямых на плоскости.
3. Как найти расстояние между двумя параллельными прямыми?
4. Как найти угол между двумя прямыми?
5. При каких условиях прямая проходит через начало координат?
6. При каких условиях прямая параллельна оси  $ox$ ?
7. Как определить знак нормирующего множителя?
8. Как расположена плоскость относительно системы координат, если в её уравнение записанном в общем виде свободный член равен 0?
9. Виды уравнения плоскости.
10. Каковы условия перпендикулярности и параллельности двух плоскостей?

*Практические задания:*

**Задание.** Даны точки  $M_1(1; 1)$  и  $M_2(7; 4)$ . На определяемой ими прямой найти точку  $M$ , которая в два раза ближе к  $M_1$  чем к  $M_2$ , и находится:

а) между точками  $M_1$  и  $M_2$ ; б) вне отрезка, ограниченного точками  $M_1$  и  $M_2$ .

**Задание.** Даны вершины треугольника  $A(5; -1)$ ,  $B(-1; 7)$ ,  $C(1; 2)$ . Найти длину его внутренней биссектрисы, проведенной из вершины  $A$ .

**Задание.** Найти проекции отрезка на координатные оси, зная его длину  $d=2\sqrt{2}$  и полярный угол  $\theta=135^\circ$ .

**Задание.** Найти полярный угол отрезка, направленного из точки  $M_1(5; \sqrt{3})$  в точку  $M_2(6; 2\sqrt{3})$ .

**Задание.** Даны точки  $A(1; 1)$ ,  $B(6; 4)$ ,  $C(8; 2)$ . Найти площадь треугольника  $ABC$ .

**Задание.** Построить на чертеже отрезки, исходящие из начала координат, зная их проекции на координатные оси: 1)  $X = 3, Y = 2$ ; 2)  $X = 2, Y = -5$ ; 3)  $X = -5, Y = 0$ ; 4)  $X = -5, Y = -1$

**Задание.** Построить на чертеже отрезки, имеющие началом точку  $M(2; -1)$ , зная их проекции на координатные оси: а)  $X = 4, Y = 3$ ; б)  $X = 2, Y = 0$ ; в)  $X = -4, Y = -2$ ; г)  $X = 1, Y = -3$ .

**Задание.** Даны точки  $M_1(2; -3)$ ,  $M_2(1; -4)$ ,  $M_3(-1; -7)$  и  $M_4(-4; 8)$ . Вычислить длину и полярный угол следующих отрезков: 1)  $M_1M_2$ ; 2)  $M_1M_3$ ; 3)  $M_2M_4$ ; 4)  $M_4M_3$ .

**Задание.** Длина отрезка MN равна 17, его конец есть точка N  $(-7; 3)$ , проекция на ось ординат равна 15. Найти координаты начала этого отрезка при условии, что он образует с осью абсцисс: а) острый угол, б) тупой угол.

**Задание.** Даны две смежные вершины квадрата A(3; -7) и B(-1; 4). Вычислить его площадь.

**Задание.** Даны три вершины A(3; -7), B(5; -7), C(-2; 5) параллелограмма ABCD, четвертая вершина которого D противоположна B. Определить длину диагоналей этого параллелограмма.

**Задание.** Даны вершины треугольника A(0; 1), B(6; 5), C(12; -1). Найти уравнения высоты и медианы, проведенных из вершины C.

**Задание.** Найти проекцию точки P(4; 9) на прямую, проходящую через точки A(3; 1) и B(5; 2).

**Задание.** Прямая отсекает на координатных осях равные положительные отрезки. Составить уравнение прямой, если площадь треугольника, образованного этими отрезками равна  $8 \text{ см}^2$ .

### **Рекомендуемая литература**

#### **Основная литература**

Глухов, В. А. Курс высшей математики. В 2-х томах. Т.1 : учебник / В. А. Глухов, Г. А. Котов, О. В. Котова. — Макеевка : Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2020. — 566 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/99382.html>

Глухов, В. А. Курс высшей математики. В 2-х томах. Т.II : учебник / В. А. Глухов, Г. А. Котов, О. В. Котова. — Макеевка : Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2020. — 617 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/99383.html>

Алексеев, Г. В. Курс высшей математики для гуманитарных направлений : учебное пособие / Г. В. Алексеев, И. И. Холявин. — Москва : Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 264 с. — ISBN 978-5-4497-0456-6. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/96847.html>

Погорелов, А. В. Аналитическая геометрия / А. В. Погорелов. — 4-е изд. — Москва, Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, Институт компьютерных исследований, 2019. — 208 с. — ISBN 978-5-4344-0720-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/91909.html>

Краткий курс высшей математики : учебник / К. В. Балдин, Ф. К. Балдин, В. И. Джеффаль [и др.] ; под редакцией К. В. Балдина. — 3-е изд. — Москва : Дашков и К, 2019. — 512 с. — ISBN 978-5-394-03335-3. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/85606.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

Шапкин, А. С. Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию : учебное пособие для бакалавров / А. С. Шапкин, В. А. Шапкин. — 8-е изд. — Москва : Дашков и К, 2019. — 432 с. — ISBN 978-5-394-01943-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/85140.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

#### **Дополнительная литература**

Михалев, А. В. Алгебра матриц и линейные пространства : учебное пособие / А. В. Михалев, А. А. Михалев. — 3-е изд. — Москва, Саратов : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 145 с. — ISBN 978-5-4497-0364-4. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт].



— URL: <http://www.iprbookshop.ru/89415.html>

Богун, В. В. Аналитическая геометрия на плоскости: дистанционные динамические расчетные проекты : учебное пособие / В. В. Богун. — Саратов : Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 117 с. — ISBN 978-5-4497-0406-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/92634.html>

Кази́ев, В. М. Введение в математику : учебное пособие / В. М. Кази́ев. — 3-е изд. — Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 197 с. — ISBN 978-5-4497-0547-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/94850.html>

Казанцева, Е. В. Дифференциальные уравнения. Фазовая плоскость : учебное пособие / Е. В. Казанцева. — Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2020. — 64 с. — ISBN 978-5-7782-4128-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/98702.html>

Математический анализ и дифференциальные уравнения. Задачи и упражнения : учебное пособие / В. В. Власов, С. И. Митрохин, А. В. Прошкина [и др.]. — 3-е изд. — Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 375 с. — ISBN 978-5-4497-0657-7. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/97549.html>

Эварт, Т. Е. Методы вычислительной математики. Решение дифференциальных и матричных уравнений : учебное пособие / Т. Е. Эварт, В. В. Поздяев. — Саратов : Вузовское образование, 2020. — 94 с. — ISBN 978-5-4487-0674-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/91119.html>

Хамидуллин, Р. Я. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / Р. Я. Хамидуллин. — Москва: Университет «Синергия», 2020. — 276 с. — ISBN 978-5-4257-0398-9. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/101341.html>

Математика [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Н.Б. Карбачинская [и др.].— Электрон. текстовые данные.— М.: Российский государственный университет правосудия, 2015.— 342 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/49604>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю

Королев В.Т. Математика и информатика. Часть первая. Математика [Электронный ресурс]/ Королев В.Т., Ловцов Д.А., Радионов В.В.— Электрон. текстовые данные.— М.: Российский государственный университет правосудия, 2015.— 248 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/45225>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю

**Практическое занятие № 5**  
**к разделу 2 Аналитическая геометрия**  
**теме 2.2. Аналитическая геометрия в пространстве**  
**практическое занятие проводится в интерактивной форме**  
**(семинар, решение практических заданий). На занятиях реализуется технология**  
**развивающей кооперации.**

*Вопросы для семинара:*

1. Уравнение прямой в пространстве.
2. Каковы условия перпендикулярности и параллельности двух прямых в пространстве?
3. Каковы условия перпендикулярности и параллельности прямой и плоскости?

*Практические задания:*

**Задание.** Плоскость в пространстве. Прямая в пространстве. Общее уравнение прямой в пространстве. Построение прямой в пространстве. Каноническое уравнение прямой в пространстве. Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки. Прямая и плоскость. Условие параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости. Пересечение прямой и плоскости в пространстве.

**Задание.** Найти уравнение плоскости, параллельной оси  $Oz$  и проходящей через точки  $A(2;3;-1)$  – и  $B(-1; 2;4)$ .

**Задание.** Через точку  $A(2; 3;-1)$  – провести плоскость, параллельную плоскости  $2x-3y+5z-4=0$ .

**Задание.** Составить параметрические уравнения диагоналей параллелограмма, три вершины которого находятся в точках  $A(2;4;6)$ ,  $B(-3;5;4)$ ,  $C(8;-6;2)$ .

**Задание.** Составить уравнения прямых, образованных пересечением плоскости  $5x-7y+2z-3=0$  с координатными плоскостями.

**Задание.** Составить уравнения прямой, образованной пересечением плоскости  $3x-y-7z+9=0$  с плоскостью, проходящей через ось  $Ox$  и точку  $E(3; 2; -5)$ .

**Задание.** Составить канонические уравнения прямой, проходящей через две данные точки:

1)  $(1; -2; 1)$  и  $(3; 1; -1)$ ; 2)  $(3; -1; 0)$  и  $(1; 0, -3)$ ;

3)  $(0; -2; 3)$  и  $(3; -2; 1)$ ; 4)  $(1; 2; -4)$  и  $(-1; 2; -4)$ .

**Задание.** Через точки  $M_1(-6; 6; -5)$  и  $M_2(12; -6; 1)$  проведена прямая. Определить точки пересечения этой прямой с координатными плоскостями.

**Задание.** Даны вершины треугольника  $A(3; 6; -7)$ ,  $B(-5; 2; 3)$  и  $C(4; -7; -2)$ . Составить параметрические уравнения медианы, проведенной из вершины  $C$ .

### ***Технология развивающей кооперации***

**Технология развивающей кооперации** – межличностные коммуникации, в основе которых берется способность индивида встать на позицию другого человека или группы людей, и только с этой позиции оценить свои собственные действия.

#### **1. Цель:**

- формирование умений решать задачи;
- развитие у студентов навыков объяснения полученных результатов;
- создание условий для реализации интеллектуального и научного потенциалов и расширение опыта социального взаимодействия в группе;
- достижение более прочного закрепления знаний;
- формирование общекультурных компетенции ОК-3, ОК-7 профессиональной компетенции ПК-1, ПК-3, ПК-7.

#### **2. Основные этапы**

**1 этап – подготовительный.** Преподаватель подготавливает карточки, в которых могут быть две или три задачи. Количество карточек должно соответствовать числу студентов в группе. Возможно наличие нескольких лишних карточек. В каждой карточке должны быть разные задачи, которые могут различаться по уровню сложности (задачи повышенной сложности, средней сложности, базового уровня).

**2 этап – организационный.** Формируются малые группы. Оптимальное количество групп – три. Обязательным является то, что в группе должно быть четное число студентов. Группы могут различаться уровнем обученности студентов по данной теме (высокий уровень; средний уровень; низкий уровень). На данном этапе каждая группа выбирает руководителя группы.

**3 этап – индивидуальный.** Каждый студент выполняет задания своей карточки самостоятельно. В случае затруднения, можно воспользоваться помощью преподавателя, либо тех студентов, которые решили свои задачи. Помощь может оказываться любым студентом независимо от того из какой он группы. Этап длится до полного выполнения заданий всеми студентами.

**4 этап – парный.** Студенты разбиваются попарно внутри каждой группы. Работа в паре проходит следующим образом. Один из студентов объясняет решение первой задачи своему партнеру. Второй слушает, осмысливает, задает вопросы. Затем они меняются ролями.

**5 этап – межгрупповой.** На данном этапе каждая группа передает другой группе свои задачи на проверку. Составляется таблица оценки решенных задач.



**6 этап – групповой.** Работа всех групп вместе. Каждая группа озвучивает результаты своей проверки по другой группе. Преподаватель выставляет набранные баллы каждой группе. Возможны следующие варианты:

	<i>Проверяющая группа</i>	<i>Проверяемая группа</i>	<i>Баллы, проверяемой группы</i>	<i>Баллы, проверяющей группы</i>
1	Верно	Решено верно	3	3
2	Не верно	Решено не верно	6(0)	0
3	Верно	Решено не верно	0	0

Замечание:

1. Во втором случае возможны два варианта исхода. Первый вариант: проверяющая группа определила, что проверяемая задача имеет неверный ответ, но свой ответ также неверен. В этом случае баллы ей не даются. Второй вариант: проверяющая группа определила, что проверяемая задача имеет неверный ответ и предоставила свой верный ответ. В этом случае группе дается 6 баллов.

2. За каждую верную задачу решенную в своей группе дается 2 балла, за правильную решенную задачу, проверяемой группы 3 балла.

**7 этап – рефлексивный.** Подводятся итоги. Преподаватель выставляет каждому студенту оценку. Проводится анализ практического занятия.

**Задачи к теме: Аналитическая геометрия в пространстве**

*Задачи базового уровня*

**Задание 1.** Найти угол между прямыми, заданными уравнениями  $y = 2x - 5$  и  $y = -3x + 4$ .

**Задание 2.** Прибыль от продажи некоторого товара в двух магазинах выражается функциями  $y = -2 + 3x$  и  $y = -3 + \frac{16x}{5}$ , где  $x$  – количество товара в сотнях штук, а  $y$  – прибыль в тысячах рублей. Определить, начиная с какого количества товара более выгодной становится продажа во втором магазине.

**Задание 3.** Издержки производства 250 шт. некоторого товара составляют 200 руб., 450 шт. – 350 руб. Определить издержки производства 300 шт. товара при условии, что функция издержек линейна.

**Задание 4.** Прибыль от продажи некоторого товара в двух магазинах выражается функциями  $y_1(x) = x$  и  $y_2(x) = -\frac{1}{2}x + 5$ , где  $x$  количество товаров в сотнях штук, а  $y$  – прибыль в тысячах рублей. Определить, начиная с какого количества товара более выгодной становится продажа во втором магазине.

**Задание 5.** Найти длину высоты AD в треугольнике с вершинами A (3;6), B (2;5), C (-5;2) и написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки C на прямую AB.

**Задание 6.** Через точку пересечения прямых  $x-2y-5=0$  и  $2x-3y-8=0$  провести прямую, параллельную прямой  $3x-2y+2=0$ .

$$A(-4;0), B(5;-6), C(0;6)$$

**Задание 7.** Даны координаты вершин треугольника. Определить вид треугольника и найти внутренние углы треугольника.

**Задание 8.** Даны две вершины A(-6;-5) и B(2;4) параллелограмма ABCD и точка M(3;1) пересечения его диагоналей. Найти координаты вершин C и D, уравнения сторон параллелограмма.

**Задание 9.** Найти уравнение биссектрис углов между прямыми  $12x + 9y - 17 = 0$  и  $3x + 4y + 11 = 0$ .

**Задание 10.** Даны уравнения высот треугольника  $2x - 3y + 1 = 0$  и  $x + y = 0$  и координаты одной из его вершин A(1, 2). Найти уравнения сторон треугольника.

### Задачи средней сложности

**Задание 1.** Общее уравнение прямой  $4x - 3y + 12 = 0$  представить в виде: а) с угловым коэффициентом; б) в отрезках на осях; в) в нормальном виде. Построить график.

**Задание 2.** Найти координаты вершин треугольника, стороны которого заданы уравнениями:  $2x + y - 5 = 0$  (АВ);  $2x - y + 4 = 0$  (ВС);  $5x - 8y + 14 = 0$  (АС)

**Задание 3.** Сторонами треугольника являются координатные оси и прямая, проходящая через точку А(3; 4). Найти уравнение этой прямой при условии, что площадь треугольника равна 9 кв. ед.

**Задание 4.** Найти угол между двумя прямыми  $\frac{x}{-2} + \frac{y}{4} = 1$  и  $\frac{x}{1/3} + \frac{y}{-1} = 1$ .

**Задание 5.** Составить уравнение прямой, отсекающей на осях координат равные отрезки, если длина отрезка прямой, заключенного между осями координат, равна  $5\sqrt{2}$ .

**Задание 6.** Определить расстояние между параллельными прямыми  $3x + y - 3\sqrt{10} = 0$  и  $6x + 2y + 5\sqrt{10} = 0$ .

**Задание 7.** Даны вершины треугольника А(1; 1), В(-2; 1) и С(3; 5). Составить уравнение перпендикуляра, опущенного из вершины А на медиану проведенную из вершины В.

**Задание 8.** Найти площадь квадрата, построенного на параллельных прямых: а)  $3x - 4y - 10 = 0$  и  $6x - 8y + 5 = 0$ ; б)  $5x - 12y + 26 = 0$  и  $5x - 12y - 13 = 0$ .

**Задание 9.** Даны вершины треугольника АВС: А(0; 2), В(7; 3), С(-5; -1) определить  $\angle BAC = \alpha$ .

**Задание 10.** В треугольнике с вершинами  $A\left(\frac{3}{2}; 1\right)$ ,  $B\left(1; \frac{5}{3}\right)$  и С(3; 3) найти длину высоты, проведенной из вершины С.

### Задачи повышенной сложности

**Задание 1.** Через точку А(1; 2) провести прямую, расстояние до которой от точек В(2; 3) и С(4; -5) были бы равны.

**Задание 2.** Составить уравнение гипотенузы прямоугольного треугольника, проходящего через точку М(2; 3), если катеты треугольника расположены на осях координат, а площадь треугольника равна 12 кв. ед.

**Задание 3.** Даны две противоположные вершины квадрата А(2; 1) и С(4; 5). Найти две другие его вершины.

**Задание 4.** Даны уравнения высот треугольника АВС:  $x + y - 2 = 0$ ,  $9x - 3y - 4 = 0$  и координаты вершины А(2; 2). Составить уравнения сторон треугольника.

**Задание 5.** Найти проекцию точки М(-6; 4) на прямую  $4x - 5y + 3 = 0$ .

**Задание 6.** Дано уравнение пучка прямых  $\alpha(2x + y + 1) + \beta(x - 3y - 10) = 0$ . Найти прямые этого пучка, отсекающие на координатных осях отрезки равной длины.

**Задание 7.** Составить уравнение двух прямых, проходящих через точку А(5; 1), одна из которых параллельна прямой  $3x + 2y - 7 = 0$ , а другая – перпендикулярна той же прямой. Найти расстояние между параллельными прямыми.

**Задание 8.** Составить уравнения сторон треугольника, зная одну его вершину А(0; 2), и уравнения высот  $x + y - 4 = 0$  (ВМ) и  $y = 2x$  (СМ), где М точка пересечения высот.

**Задание 9.** Составить уравнения биссектрис углов между прямыми  $3x + 4y - 1 = 0$  и  $4x - 3y + 5 = 0$ .

**Задание 10.** Уравнение одной из сторон некоторого угла  $2x-9y-3=0$ , а уравнение биссектрисы  $4x-y+11=0$ . Составить уравнение второй стороны.

### **Рекомендуемая литература**

#### **Основная литература**

Глухов, В. А. Курс высшей математики. В 2-х томах. Т. I : учебник / В. А. Глухов, Г. А. Котов, О. В. Котова. — Макеевка : Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2020. — 566 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/99382.html>

Глухов, В. А. Курс высшей математики. В 2-х томах. Т. II : учебник / В. А. Глухов, Г. А. Котов, О. В. Котова. — Макеевка : Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2020. — 617 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/99383.html>

Алексеев, Г. В. Курс высшей математики для гуманитарных направлений : учебное пособие / Г. В. Алексеев, И. И. Холявин. — Москва : Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 264 с. — ISBN 978-5-4497-0456-6. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/96847.html>

Погорелов, А. В. Аналитическая геометрия / А. В. Погорелов. — 4-е изд. — Москва, Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, Институт компьютерных исследований, 2019. — 208 с. — ISBN 978-5-4344-0720-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/91909.html>

Краткий курс высшей математики : учебник / К. В. Балдин, Ф. К. Балдин, В. И. Джеффаль [и др.] ; под редакцией К. В. Балдина. — 3-е изд. — Москва : Дашков и К, 2019. — 512 с. — ISBN 978-5-394-03335-3. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/85606.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

Шапкин, А. С. Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию : учебное пособие для бакалавров / А. С. Шапкин, В. А. Шапкин. — 8-е изд. — Москва : Дашков и К, 2019. — 432 с. — ISBN 978-5-394-01943-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/85140.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

#### **Дополнительная литература**

Михалев, А. В. Алгебра матриц и линейные пространства : учебное пособие / А. В. Михалев, А. А. Михалев. — 3-е изд. — Москва, Саратов : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 145 с. — ISBN 978-5-4497-0364-4. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/89415.html>

Богун, В. В. Аналитическая геометрия на плоскости: дистанционные динамические расчетные проекты : учебное пособие / В. В. Богун. — Саратов : Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 117 с. — ISBN 978-5-4497-0406-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/92634.html>

Казиев, В. М. Введение в математику : учебное пособие / В. М. Казиев. — 3-е изд. — Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 197 с. — ISBN 978-5-4497-0547-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/94850.html>

Казанцева, Е. В. Дифференциальные уравнения. Фазовая плоскость : учебное пособие / Е. В. Казанцева. — Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2020. — 64 с. — ISBN 978-5-7782-4128-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная

система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/98702.html>

Математический анализ и дифференциальные уравнения. Задачи и упражнения : учебное пособие / В. В. Власов, С. И. Митрохин, А. В. Прошкина [и др.]. — 3-е изд. — Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 375 с. — ISBN 978-5-4497-0657-7. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/97549.html>

Эварт, Т. Е. Методы вычислительной математики. Решение дифференциальных и матричных уравнений : учебное пособие / Т. Е. Эварт, В. В. Поздьяев. — Саратов : Вузовское образование, 2020. — 94 с. — ISBN 978-5-4487-0674-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/91119.html>

Хамидуллин, Р. Я. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / Р. Я. Хамидуллин. — Москва: Университет «Синергия», 2020. — 276 с. — ISBN 978-5-4257-0398-9. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/101341.html>

Математика [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Н.Б. Карбачинская [и др.].— Электрон. текстовые данные.— М.: Российский государственный университет правосудия, 2015.— 342 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/49604>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю

Королев В.Т. Математика и информатика. Часть первая. Математика [Электронный ресурс]/ Королев В.Т., Ловцов Д.А., Радионов В.В.— Электрон. текстовые данные.— М.: Российский государственный университет правосудия, 2015.— 248 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/45225>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю

**Практическое занятие № 6**  
**к разделу 3 Математический анализ**  
**теме 3.1. Числовые последовательности. Пределы и их свойства**  
**практическое занятие проводится в интерактивной форме**  
**(семинар, решение практических заданий).**

*Вопросы для семинара:*

1. Функция одной действительной переменной, основные понятия.
2. Предел одной действительной переменной функции.
3. Геометрический смысл.
4. Односторонние пределы.
5. Предел последовательности и предел функции, определение и примеры.
6. Признак существования предела.
7. Основные теоремы о пределах. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, их свойства.
8. Сравнение порядков бесконечно малых и бесконечно больших функций.
9. Определение пределов дробно-рациональных функций.
10. Первый и второй замечательные пределы.
11. Теорема о переходе к пределу в показателе степени.
12. Односторонние пределы.
13. Теорема о равенстве односторонних пределов.
14. Непрерывность функции в точке.
15. Классификация точек разрыва.
16. Теоремы о непрерывных функциях.
17. Непрерывность функции на отрезке.

*Практические задания:*

**Задание.** Найти предел последовательности

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{4^n} \right)$$

**Задание.** Написать первые четыре члена последовательности и найти ее предел

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 3 + \dots + (2n - 1)}{3n^2}$$

**Задание.** Как вычислить эти пределы

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 3n - 5}{1 + n + 3n^2}, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n^3 + 15n^2 + 9n + 1}{5n^4 + 6n^2 - 3n - 4}, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 3n - 5}{n + 1}, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[4]{7n^6 - 3n^2} + \sqrt{n^5 + 3n + 5}}{\sqrt[3]{n^7 + 1} - n^2 - 2n}$$

**Задание.** Найти пределы последовательности

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n - 1)^3 + (1 - 3n)^3}{8n^3 - 2n}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^3 - (1 + 2n)^3}{(1 + 2n)^2 + 4n^2}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+1} + 2 \cdot 4^n}{4^{n+1} - 5}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n + 1)! + (2n + 2)!}{(2n + 3)!}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n + 4)! - (n + 2)!}{(n + 3)!}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin(n!)}{n^2}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( (1 - 3n^2) \operatorname{arctg}^2 \frac{n}{3n^2 - 1} \right)$$

$$x_n = \frac{(-1)^{n-1} \cdot (2 - n)}{n^2 + 3}$$

### **Рекомендуемая литература**

#### **Основная литература**

Глухов, В. А. Курс высшей математики. В 2-х томах. Т. I : учебник / В. А. Глухов, Г. А. Котов, О. В. Котова. — Макеевка : Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2020. — 566 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/99382.html>

Глухов, В. А. Курс высшей математики. В 2-х томах. Т. II : учебник / В. А. Глухов, Г. А. Котов, О. В. Котова. — Макеевка : Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2020. — 617 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/99383.html>

Алексеев, Г. В. Курс высшей математики для гуманитарных направлений : учебное пособие / Г. В. Алексеев, И. И. Холявин. — Москва : Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 264 с. — ISBN 978-5-4497-0456-6. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/96847.html>

Погорелов, А. В. Аналитическая геометрия / А. В. Погорелов. — 4-е изд. — Москва, Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, Институт компьютерных исследований, 2019. — 208 с. — ISBN 978-5-4344-0720-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/91909.html>

Краткий курс высшей математики : учебник / К. В. Балдин, Ф. К. Балдин, В. И. Джеффаль [и др.] ; под редакцией К. В. Балдина. — 3-е изд. — Москва : Дашков и К, 2019. — 512 с. — ISBN 978-5-394-03335-3. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/85606.html>. — Режим доступа: для

авторизир. пользователей

Шапкин, А. С. Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию : учебное пособие для бакалавров / А. С. Шапкин, В. А. Шапкин. — 8-е изд. — Москва : Дашков и К, 2019. — 432 с. — ISBN 978-5-394-01943-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/85140.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

#### *Дополнительная литература*

Михалев, А. В. Алгебра матриц и линейные пространства : учебное пособие / А. В. Михалев, А. А. Михалев. — 3-е изд. — Москва, Саратов : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 145 с. — ISBN 978-5-4497-0364-4. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/89415.html>

Богун, В. В. Аналитическая геометрия на плоскости: дистанционные динамические расчетные проекты : учебное пособие / В. В. Богун. — Саратов : Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 117 с. — ISBN 978-5-4497-0406-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/92634.html>

Казиев, В. М. Введение в математику : учебное пособие / В. М. Казиев. — 3-е изд. — Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 197 с. — ISBN 978-5-4497-0547-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/94850.html>

Казанцева, Е. В. Дифференциальные уравнения. Фазовая плоскость : учебное пособие / Е. В. Казанцева. — Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2020. — 64 с. — ISBN 978-5-7782-4128-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/98702.html>

Математический анализ и дифференциальные уравнения. Задачи и упражнения : учебное пособие / В. В. Власов, С. И. Митрохин, А. В. Прошкина [и др.]. — 3-е изд. — Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 375 с. — ISBN 978-5-4497-0657-7. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/97549.html>

Эварт, Т. Е. Методы вычислительной математики. Решение дифференциальных и матричных уравнений : учебное пособие / Т. Е. Эварт, В. В. Поздеев. — Саратов : Вузовское образование, 2020. — 94 с. — ISBN 978-5-4487-0674-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/91119.html>

Хамидуллин, Р. Я. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / Р. Я. Хамидуллин. — Москва: Университет «Синергия», 2020. — 276 с. — ISBN 978-5-4257-0398-9. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/101341.html>

Математика [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Н.Б. Карбачинская [и др.].— Электрон. текстовые данные.— М.: Российский государственный университет правосудия, 2015.— 342 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/49604>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю

Королев В.Т. Математика и информатика. Часть первая. Математика [Электронный ресурс]/ Королев В.Т., Ловцов Д.А., Радионов В.В.— Электрон. текстовые данные.— М.: Российский государственный университет правосудия, 2015.— 248 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/45225>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю

**Практическое занятие № 7**  
**к разделу 3 Математический анализ**  
**теме 3.2 Функции одной переменной. Предел и непрерывность функции**  
*практическое занятие проводится в интерактивной форме*  
*(семинар, решение практических заданий).*



*Вопросы для семинара:*

1. Способы задания функций.
2. Графики функций.
3. Композиция функций.
4. Обратимые функции, график обратной функции.
5. Простейшие преобразования графиков функций
6. Основные теоремы о пределах одной действительной переменной. Следствия.
7. Первый и второй замечательные пределы функции одной действительной переменной.
8. Непрерывность функции одной действительной переменной.
9. Точки разрыва функции одной действительной переменной и их классификация.
10. Два определения предела функции в точке и их эквивалентность.
11. Теорема о единственности предела функции в точке.
12. Теорема о знакопостоянство функции, имеющей ненулевой предел.
13. Бесконечно большие функции.
14. Односторонние пределы слева и справа.
15. Пределы функций при  $x \rightarrow \infty$ ,  $x \rightarrow -\infty$ ,  $x \rightarrow +\infty$ ,  $x \rightarrow -\infty$ .
16. Теоремы о переходе к пределу в неравенстве.
17. Арифметика пределов функций.
18. Первый замечательный предел.
19. Непрерывность и разрывность функций.
20. Непрерывные функции.
21. Простейшие свойства непрерывных функций.
22. Непрерывность многочленов, дробно-рациональных функций, тригонометрических функций.
23. Непрерывность функции, обратной к непрерывной.
24. Непрерывность показательной и логарифмической функций.
25. Теоремы о промежуточном значении непрерывной функции.
26. Теоремы об ограниченности непрерывной на отрезке функции, о достижении непрерывной на отрезке функцией наименьшего и наибольшего значений

*Перечень практических заданий*

**Задание.** Найти область определения следующих функции:

$$f(x) = \sqrt{4-x^2} + \frac{1}{x};$$

$$f(x) = \frac{2x^2 + 3}{x - \sqrt{x^2 - 4}};$$

$$y = \frac{\sqrt{2+x} - 3}{x - 7}.$$

**Задание.** Найти асимптоты графика функции  $y = (2x^3) / (x^2 - 4)$ .

**Задание.** Найти пределы функции:

а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + x^2 - 6}{2x^4 - x^5 + 2}$ ;      б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{10x^2}{1 - \cos x}$ ;      в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{3x}$ ;

г)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+5}{x}\right)^{3x}$ ;      д)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^4 + x^2 - 6}{2x^4 + x^5 + 2}$

**Задание.** Дана функция и два значения аргумента  $x_1$  и  $x_2$ . Требуется: установить, является ли данная функция непрерывной или разрывной при данных значениях аргумента

$$y = \frac{4x}{x-2}; \quad x_1 = 2; \quad x_2 = 6.$$

**Задание.** Найти точки разрыва функции, если они существуют, скачок функции в каждой точке разрыва и построить график.

$$f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0, \\ x^2, & 0 < x \leq 2, \\ x+1, & x > 2. \end{cases}$$

**Задание. План занятия:**

- Преподаватель открывает занятие, объявляет тему и цель занятия (5 мин.);
- Проводится фронтальный опрос по теме, с целью актуализации знаний (10 мин.).
- Объяснение построения функций одной действительной переменной с помощью MathCAD (в виде презентация – 10 мин.).
- Студентам выдаются индивидуальные задания (для работы в аудитории и домашнего самостоятельного решения – 50 мин.);
- Проводится обсуждение по возникшим вопросам (5-10 мин.).
- В заключении преподаватель подводит итог занятия, объявляет консультационный день по обсуждению полученных результатов (5 мин.).

#### **Методическая разработка занятия**

**Теоретические вопросы к опросу:**

1. Дать определение функции одной действительной переменной.
2. Дать определение графика функции.
3. Перечислить способы задания функций.
4. Что понимают под областью определения функции?
5. Что понимают под множеством значений функции?
6. Какие функции называются четными (нечетными)?
7. Расположение на координатной плоскости графика четной (нечетной функции).
8. Какие функции называются монотонными на определенном интервале?
9. Привести схематически примеры возрастающей, убывающей, невозрастающей, неубывающей функции на определенном интервале.
10. Какая функция называется периодической?
11. Какие функции называются элементарными (неэлементарными)? Привести примеры.

**Построение и форматирование графиков.**

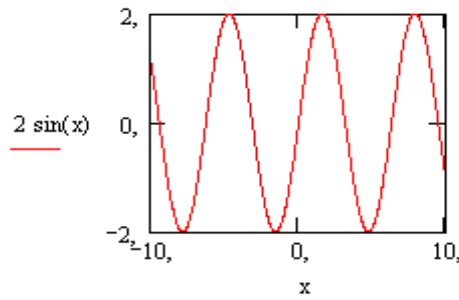
MathCAD позволяет использовать в документах двухмерные и трехмерные графики. Для вставки графиков служит панель инструментов *Графики* или команда меню *Вставка* → *График*.

1. Построение декартова графика.

Для того, чтобы построить декартов график какой-либо функции нужно установить курсор в том месте документа, где должен находиться график, и вставить шаблон декартова графика с помощью соответствующей кнопки на панели инструментов *Графики*.

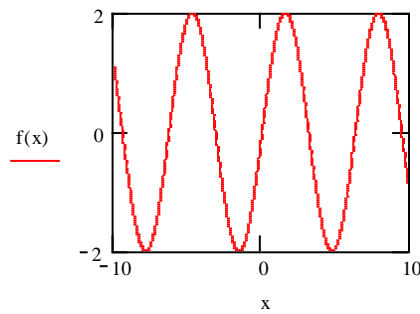
Шаблон содержит 2 поля ввода (черных квадратика). В поле ввода, расположенное возле оси ординат, введите нужную функцию (например,  $2\sin(x)$ ), а в поле ввода, расположенное возле оси абсцисс, имя аргумента функции (в данном случае,  $x$ ). Если после этого щелкнуть на рабочей области документа где-нибудь вне графика, то график будет построен.





Функцию можно задать до построения графика, а в поле ввода функции ввести ее название:

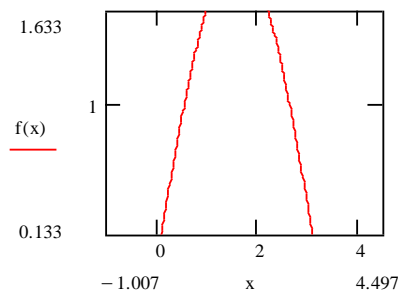
$$f(x) := 2 \sin(x)$$



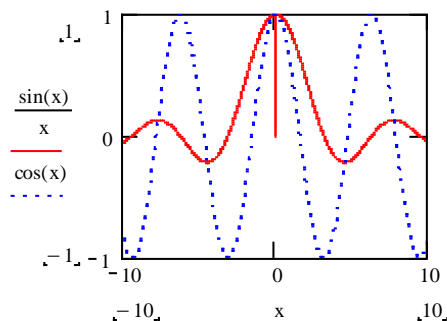
Количество точек по оси абсцисс можно изменять, задавая диапазон изменения аргумента. По умолчанию задается диапазон от  $-10$  до  $10$  с шагом  $0,1$ .

По аналогии с текстовыми блоками можно изменить размеры и месторасположение графика.

Для того чтобы просмотреть крупнее какую-либо часть графика используют команду Масштаб из подменю *Формат*→*График* или из контекстного меню графика. Данная команда инициализирует окно *X-Y Zoom*. Выделите на графике область которая должна быть увеличена и щелкните на кнопке *Масштаб+*.



Для того, чтобы изобразить на одном графике несколько функций, нужно вводить их через запятую. Например, постройте на одной системе координат графики функций  $\sin(x)/x$  и  $\cos(x)$ .



После того, как график построен, можно настроить его внешний вид, для этого нужно выбрать команду меню **Формат→График→X-Y Зависимость** или команду **Формат** из контекстного меню или два раза щелкнуть по графику.

Рассмотрим изменения формата осей (вкладка **Оси X-Y** : для каждой оси можно изменить следующие параметры:

- 1) *Логарифмическая шкала* – установка логарифмического масштаба;
- 2) *Вспомогательные линии* – включение отображения линий сетки, если флажок сброшен, то на графике отображается не сетка, а деления на осях;
- 3) *Нумерация* – нумерация делений на данной оси;
- 4) *Автомасштаб* – если данный флажок установлен, то границы осей координат будут установлены после округления границ графика до ближайших делений на осях.
- 5) *Показать метки* – если данный флажок установлен, то можно установить на графике по 2 метки на каждой оси в виде пунктирных линий, отмечающих определенное значение переменной на графике.
- 6) *Авто сетки* – если данная опция включена, то автоматически будет установлено количество делений на оси; если данный флажок сброшен, то становится активным поле размер сетки, где можно вручную ввести нужное количество делений.

Можно также изменить расположение осей:

- *Ограниченная область* - оси в виде рамки вокруг графика;
- *Пересечение* – оси в виде прямых, пересекающихся в начале координат;
- *Без границ* – оси отсутствуют.

Для изменения внешнего вида линий на графике используется вкладка *След* в окне форматирования графика. На этой вкладке перечислены все кривые, которые можно изобразить на графике (как построенные так и непостроенные). Для каждой кривой можно настроить следующие параметры:

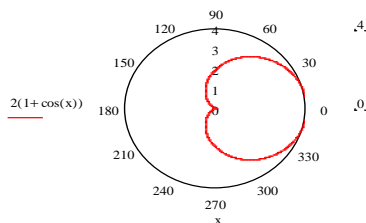
- 1) *Имя в легенде* – название данной кривой в легенде графика;
- 2) *Символ* – изображение точек на графике;
- 3) *Линия* – тип линии для кривой;
- 4) *Цвет* – цвет линии;
- 5) *Тип* – тип графика;
- 6) *Вес* – толщина линии.

Для того, чтобы спрятать выражения, задающие кривые, используется флажок *Скрыть Аргументы*.

Для того чтобы задать подписи к графику и осям используют вкладку *Метки*.

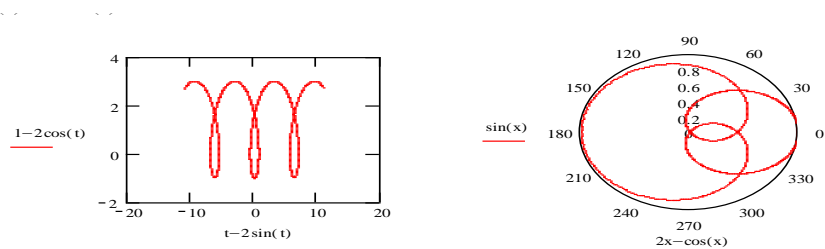
## 2. Построение графика в полярной системе координат.

Для вставки шаблона полярного графика выберите команду меню **Вставка→График→Полярные координаты** или щелкните на соответствующей кнопке панели инструментов *Графики*. Форматирование полярного графика производится аналогично форматированию декартова графика.



### График параметрически заданной функции.

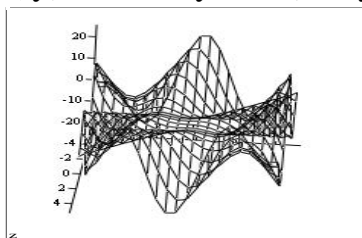
Кроме явного задания функции, существует параметрическое задание функции, при котором указывается зависимость обеих координат от некоторого параметра. В MathCAD можно построить такую функцию, если ввести в оба поля ввода функции, зависящие от одного параметра.



3. Построение трехмерного графика в виде поверхности.

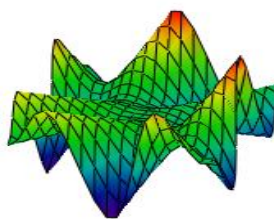
Для построения графика функции  $z(x,y)$  в виде трехмерной поверхности нужно сначала задать эту функцию, а затем вставить шаблон поверхностного графика (команда меню *Вставка*→*График*→*Поверхности* или соответствующая кнопка на панели инструментов *Графики*), введя в его поле ввода имя заданной функции  $z$ . Например,

$$z(x,y) := (x^2 - y^2)\sin(x + y)$$



Для того, чтобы повернуть график в том или ином направлении, установите указатель мыши над графиком, нажмите левую кнопку и, удерживая ее, перемещайте указатель в направлении вращения. Для того, чтобы приблизить или отдалить изображение поверхности, поступают аналогичным образом при нажатой клавише *Ctrl*.

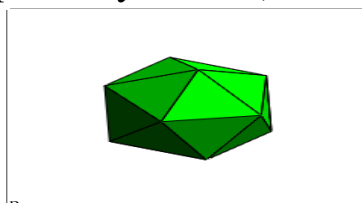
Форматирование графика производится с помощью окна форматирования, вызываемого аналогично окну форматирования декартова графика. Приведите изображение поверхности к следующему виду:



4. Построение правильных многогранников.

Для построения правильных многогранников в MathCAD существует встроенная функция *Polyhedron(S)*. Аргументом данной функции должна быть строка, задающая либо порядковый номер многогранника (при этом перед числом обязательно должен стоять символ #), либо его имя, либо его код, описывающий правило построения многогранника. Например:

$$p := \text{Polyhedron}(\text{"\#27"})$$



**Индивидуальные задания**

1. Построить графики заданных функций в декартовой системе координат заданным цветом с пересекающимися в начале координат осями и названием, не отображая выражения,

задающие функции. Оба графика должны быть изображены сплошной линией, но разной толщины.

1)  $f(x) = x^2 - 1$  , синий  
 $g(x) = \sin x$  ,красный

2)  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x}$  , зеленый  
 $g(x) = \cos x$  , черный

3)  $f(x) = \frac{2}{x^2 - 1}$  , голубой  
 $g(x) = \sin(x^2 + 1)$  , коричневый

4)  $f(x) = \frac{x+1}{x}$  ,фиолетовый  
 $g(x) = 2^{x+1}$  , красный

5)  $f(x) = x^2 - 2$  , зеленый  
 $g(x) = \ln x$  , голубой

6)  $f(x) = x^3 - 1$  , коричневый  
 $g(x) = \sin(x - 3)$  , красный

7)  $f(x) = x^3 + 2$  , синий  
 $g(x) = \cos(x + 3)$  , черный

8)  $f(x) = 3 \cdot (x^3 - 2)$  , фиолетовый  
 $g(x) = \cos^2(x - 1)$  , голубой

9)  $f(x) = 2 \cdot (x^3 + 1)$  , синий  
 $g(x) = \sin^2(x + 1)$  , зеленый

10)  $f(x) = \frac{2}{x^2 - 1}$  , голубой  
 $g(x) = \ln x$  , красный

11)  $f(x) = x^3 - 1$  , коричневый  
 $g(x) = \sin^2(x + 1)$  , зеленый

12)  $f(x) = x^2 - 1$  , синий  
 $g(x) = \sin(x^2 + 1)$  , коричневый

13)  $f(x) = x^2 - 2$  , зеленый  
 $g(x) = \cos(x + 3)$  , черный

14)  $f(x) = 2 \cdot (x^3 + 1)$  , синий  
 $g(x) = \sin x$  ,красный

15)  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x}$  , зеленый  
 $g(x) = 2^{x+1}$  , красный

16)  $f(x) = x^3 - 1$  , коричневый  
 $g(x) = \cos^2(x - 1)$  , голубой

17)  $f(x) = \frac{x+1}{x}$  ,фиолетовый  
 $g(x) = \sin(x - 3)$  , красный

18)  $f(x) = 3 \cdot (x^3 - 2)$  , фиолетовый  
 $g(x) = \cos x$  , черный

2. Построить график параметрически заданной функции в полярной системе координат. Спрятать деления на оси радиус-вектора, разделить ось полярного угла на 4 деления. Отобразить крупнее центральную часть графика.

- 1)  $r(t) = \cos t$  ,  $\varphi(t) = 2t - \sin(t)$
- 2)  $r(t) = 3\sin t$  ,  $\varphi(t) = \cos t + t$
- 3)  $r(t) = \cos^2 t + 1$  ,  $\varphi(t) = t - 2$
- 4)  $r(t) = 2 - \cos^2 t$  ,  $\varphi(t) = 2t + 1$
- 5)  $r(t) = 1 + \sin^2 t$  ,  $\varphi(t) = 2t + \sin(t)$
- 6)  $r(t) = t + \sin^2 t$  ,  $\varphi(t) = 2t - \cos(t)$
- 7)  $r(t) = t - \cos^2 t$  ,  $\varphi(t) = 2t^2 - t$
- 8)  $r(t) = 2t - \cos t$  ,  $\varphi(t) = 3t^2 + t$
- 9)  $r(t) = 3t + \sin t$  ,  $\varphi(t) = 2t - \sin^2(t)$
- 10)  $r(t) = \cos^2 t + 1$  ,  $\varphi(t) = 2t + \sin(t)$
- 11)  $r(t) = t - \cos^2 t$  ,  $\varphi(t) = 2t - \sin^2(t)$
- 12)  $r(t) = \cos t$  ,  $\varphi(t) = t - 2$
- 13)  $r(t) = 1 + \sin^2 t$  ,  $\varphi(t) = 2t^2 - t$
- 14)  $r(t) = 3t + \sin t$  ,  $\varphi(t) = 2t - \sin(t)$
- 15)  $r(t) = 3\sin t$  ,  $\varphi(t) = 2t + 1$
- 16)  $r(t) = t + \sin^2 t$  ,  $\varphi(t) = 3t^2 + t$
- 17)  $r(t) = 2 - \cos^2 t$  ,  $\varphi(t) = 2t - \cos(t)$
- 18)  $r(t) = 2t - \cos t$  ,  $\varphi(t) = 2t - \sin(t)$

3. Построить график поверхности и отформатировать его произвольным образом.

- 1), 7), 13)  $z(x, y) = (x^2 - y^2) \cdot \sin(x + y)$
- 2), 8), 14)  $z(x, y) = (x^2 - y^2) \cdot \cos(x + y)$
- 3), 9), 15)  $z(x, y) = 3 \cdot (x^2 + y^2)$
- 4), 10), 16)  $z(x, y) = 2 \cdot (x^2 - y) + 4$
- 5), 11), 17)  $z(x, y) = 3 \cdot (x^2 + y^2 + 5xy)$

#### **Рекомендуемая литература**

##### **Основная литература**

Глухов, В. А. Курс высшей математики. В 2-х томах. Т. I : учебник / В. А. Глухов, Г. А. Котов, О. В. Котова. — Макеевка : Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2020. — 566 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/99382.html>

Глухов, В. А. Курс высшей математики. В 2-х томах. Т. II : учебник / В. А. Глухов, Г. А. Котов, О. В. Котова. — Макеевка : Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2020. — 617 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/99383.html>

Алексеев, Г. В. Курс высшей математики для гуманитарных направлений : учебное пособие / Г. В. Алексеев, И. И. Холявин. — Москва : Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 264 с. — ISBN

978-5-4497-0456-6. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/96847.html>

Погорелов, А. В. Аналитическая геометрия / А. В. Погорелов. — 4-е изд. — Москва, Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, Институт компьютерных исследований, 2019. — 208 с. — ISBN 978-5-4344-0720-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/91909.html>

Краткий курс высшей математики : учебник / К. В. Балдин, Ф. К. Балдин, В. И. Джеффаль [и др.] ; под редакцией К. В. Балдина. — 3-е изд. — Москва : Дашков и К, 2019. — 512 с. — ISBN 978-5-394-03335-3. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/85606.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

Шапкин, А. С. Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию : учебное пособие для бакалавров / А. С. Шапкин, В. А. Шапкин. — 8-е изд. — Москва : Дашков и К, 2019. — 432 с. — ISBN 978-5-394-01943-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/85140.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

#### *Дополнительная литература*

Михалев, А. В. Алгебра матриц и линейные пространства : учебное пособие / А. В. Михалев, А. А. Михалев. — 3-е изд. — Москва, Саратов : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 145 с. — ISBN 978-5-4497-0364-4. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/89415.html>

Богун, В. В. Аналитическая геометрия на плоскости: дистанционные динамические расчетные проекты : учебное пособие / В. В. Богун. — Саратов : Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 117 с. — ISBN 978-5-4497-0406-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/92634.html>

Казиев, В. М. Введение в математику : учебное пособие / В. М. Казиев. — 3-е изд. — Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 197 с. — ISBN 978-5-4497-0547-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/94850.html>

Казанцева, Е. В. Дифференциальные уравнения. Фазовая плоскость : учебное пособие / Е. В. Казанцева. — Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2020. — 64 с. — ISBN 978-5-7782-4128-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/98702.html>

Математический анализ и дифференциальные уравнения. Задачи и упражнения : учебное пособие / В. В. Власов, С. И. Митрохин, А. В. Прошкина [и др.]. — 3-е изд. — Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 375 с. — ISBN 978-5-4497-0657-7. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/97549.html>

Эварт, Т. Е. Методы вычислительной математики. Решение дифференциальных и матричных уравнений : учебное пособие / Т. Е. Эварт, В. В. Поздьяев. — Саратов : Вузовское образование, 2020. — 94 с. — ISBN 978-5-4487-0674-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/91119.html>

Хамидуллин, Р. Я. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / Р. Я. Хамидуллин. — Москва: Университет «Синергия», 2020. — 276 с. — ISBN 978-5-4257-0398-9. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/101341.html>

Математика [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Н.Б. Карбачинская [и др.].— Электрон. текстовые данные.— М.: Российский государственный университет правосудия, 2015.— 342 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/49604>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю

Королев В.Т. Математика и информатика. Часть первая. Математика [Электронный ресурс]/ Королев В.Т., Ловцов Д.А., Радионов В.В.— Электрон. текстовые данные.— М.: Российский государственный университет правосудия, 2015.— 248 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/45225>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю

### Практическое занятие № 8

#### к разделу 3 Математический анализ

#### теме 3.3 Дифференциальное исчисление функций одной переменной практическое занятие проводится в интерактивной форме

(семинар, решение практических заданий, технологи развивающей кооперации).

*Вопросы для семинара:*

1. Производная функции, её геометрический и механический смыслы
2. Основные правила дифференцирования
3. Производные основных элементарных функций
4. Производная сложной функции
5. Производная обратных функций
6. Логарифмическое дифференцирование
7. Производная показательной- степенной функции
8. Производная неявно заданной функции
9. Производная от функции, заданной параметрически
10. Графическое дифференцирование
11. Численное дифференцирование
12. Дифференциал функции и его геометрический смысл
13. Производные и дифференциалы высших порядков явно заданной функции
14. Производные высших порядков неявно заданной функции
15. Производные высших порядков от функций, заданных параметрически
16. Правило Лопиталья
17. Применение дифференциала к приближенным вычислениям
18. Касательная плоскость и нормаль к плоскости кривой. Угол между двумя кривыми
19. Исследование функций
20. Кривизна и радиус кривизны плоской линии
21. Применение в экономике

*Практические задания:*

**Задание.** Найти производную функции:

$$y = \log_3 \operatorname{tg}(x^4)$$

$$y = x \cos x \sin x + \frac{1}{2} \operatorname{tg}(x^4) \cos^2 x$$

$$y = \frac{x^2 e^2}{x^2 + 1}$$

**Задание.** Найти формулу для производной функции  $\operatorname{arctg}(x)$ .

**Задание.** Найти производную функции  $f(x) = (x^2 + 3x)^{x \cos(x)}$

**Задание.** Найти производную функции  $y$ , заданную уравнением  $x^3 + y^3 - 3xy = 0$

**Задание.** Найти производную  $n$ -го порядка функции  $y = \sin x$ .

**Задание.** Вычислить приближенно  $\arctg 1,05$ .

**Задание.** Найти угол между параболой  $y = 8 - x^2$  и  $y = x^2$ .

**Технология развивающей кооперации  
к теме Дифференциальное исчисление функций одной переменной**

*Цель:*

- формирование умений решать задачи;
- развитие у студентов навыков объяснения полученных результатов;
- создание условий для реализации интеллектуального и научного потенциалов и расширение опыта социального взаимодействия в группе;
- достижение более прочного закрепления знаний;
- формирование профессиональных компетенций.

**Технология подготовки**

**1 этап – подготовительный.** Преподаватель подготавливает карточки, в которых могут быть две или три задачи. Количество карточек должно соответствовать числу студентов в группе. Возможно наличие нескольких лишних карточек. В каждой карточке должны быть разные задачи, которые могут различаться по уровню сложности (задачи повышенной сложности, средней сложности, базового уровня).

**2 этап – организационный.** Формируются малые группы. Оптимальное количество групп – три. Обязательным является то, что в группе должно быть четное число студентов. Группы могут различаться уровнем обученности студентов по данной теме (высокий уровень; средний уровень; низкий уровень). На данном этапе каждая группа выбирает руководителя группы.

**3 этап – индивидуальный.** Каждый студент выполняет задания своей карточки самостоятельно. В случае затруднения, можно воспользоваться помощью преподавателя, либо тех студентов, которые решили свои задачи. Помощь может оказываться любым студентом независимо от того из какой он группы. Этап длится до полного выполнения заданий всеми студентами.

**4 этап – парный.** Студенты разбираются попарно внутри каждой группы. Работа в паре проходит следующим образом. Один из студентов объясняет решение первой задачи своему партнеру. Второй слушает, осмысливает, задает вопросы. Затем они меняются ролями.

**5 этап – межгрупповой.** На данном этапе каждая группа передает другой группе свои задачи на проверку. Составляется таблица оценки решенных задач.

**6 этап – групповой.** Работа всех групп вместе. Каждая группа озвучивает результаты своей проверки по другой группе. Преподаватель выставляет набранные баллы каждой группе. Возможны следующие варианты:

	<i>Проверяющая группа</i>	<i>Проверяемая группа</i>	<i>Баллы, проверяемой группы</i>	<i>Баллы, проверяющей группы</i>
1	Верно	Решено верно	3	3
2	Не верно	Решено не верно	6(0)	0
3	Верно	Решено не верно	0	0

**Замечание:** Во втором случае возможны два варианта исхода. Первый вариант: проверяющая группа определила, что проверяемая задача имеет неверный ответ, но свой ответ также неверен. В этом случае баллы ей не даются. Второй вариант: проверяющая группа определила, что проверяемая задача имеет неверный ответ и предоставила свой верный ответ. В этом случае группе дается 6 баллов.



**7 этап – рефлексивный.** Подводятся итоги. Преподаватель выставляет каждому студенту оценку. Проводится анализ практического занятия.

### ДИДАКТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ

*Дифференциальное исчисление функции одной переменной*

Найти производную функции первого порядка.

1	$y = \sin^4 x + \cos^4 x$	$y = \ln \left( x + \sqrt{x^2 + a} \right)$	$y = \frac{\sin x}{1 + \operatorname{tg} x}$
2	$y = \frac{\sqrt{1-4x}}{x^2}$	$y = \operatorname{arctg} \frac{2x}{1-x^2}$	$y = \ln \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$
3	$y = -3\cos x \cdot \operatorname{ctg} x$	$y = x + 3x^2 - \frac{x^3}{3}$	$y = 2\operatorname{arcsin} \sqrt{x^3}$
4	$y = \ln \frac{x^2}{1-x^2}$	$y = \frac{1}{3} \operatorname{tg} 3x - \operatorname{tg} x + x$	$y = (2x + 3x^3)^5$
5	$y = \arccos \sqrt{1-4x}$	$y = \ln \frac{a^2 - x^2}{a^2 + x^2}$	$y = \cos 2x - 2\sin^2 3x$
6	$y = \ln \cos 4x$	$y = a^{x^2} - e^{-x^2}$	$y = \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + 4}}$
7	$y = x^2 \sin 3x$	$y = \left( 1 + \sqrt[3]{x} \right)^3$	$y = 3 \operatorname{arctg} \frac{x}{2}$
8	$y = e^{-x} \ln x$	$y = \frac{1 + \sin 2x}{1 - \sin 2x}$	$y = \frac{1+x}{\sqrt{1-x}}$
9	$y = \arccos \frac{1}{2} x$	$y = \ln (ax^2 + bx + c)$	$y = \cos^2 x - 2 \ln \cos x$
10	$y = \sqrt{x + \sqrt{x}}$	$y = \operatorname{arctg} e^{2x}$	$y = \ln \frac{2e^x}{e^x + 1}$
11	$y = \frac{\sin x}{2\cos^2 x}$	$y = \sqrt{4x^2 + 3}$	$y = (4x^3 - x^4) / 5$
12	$y = x + \ln (x^2 - 1)$	$y = x^2 e^{1/x}$	$y = \sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{x+1}$
13	$y = 2 \operatorname{arcsin} \frac{1}{x}$	$y = x(1 - \ln x)$	$y = (e^{\sin x} - 1)^3$
14	$y = 2\sqrt[3]{(2-x^3)^2}$	$y = \left( \operatorname{arcsin} \frac{x}{3} \right)^3$	$y = \ln^4 \sin 2x$
15	$y = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}$	$y = \frac{10}{\sqrt[4]{(x^2+4)^3}}$	$y = (1+5x)^3$
16	$y = \sqrt[3]{2+x^4}$	$y = \cos^2 x$	$y = x^5 - 7x^3 + 2,$
17	$y = e^{-x} \sin x$	$y = \operatorname{arctg} 2x$	$y = \ln \frac{x}{x-2} - 2$
18	$y = \frac{e^{2-x}}{2-x}$	$y = 3 - x - x \frac{4}{(x+2)^2}$	$y = (x^3) / (x^2 - 1)$
19	$y = x + 2 \operatorname{arctg} x$	$y = \sin^4 x + \cos^4 x$	$y = \sqrt[3]{(x+1)^2} - \sqrt[3]{(x-1)^2}$
20	$y = \sqrt{5 - \log_2 x}$	$y = e^{5x-1}$	$y(x) = x - \sin x$
21	$y = 2x^4 + \sqrt{x} + 3$	$y = 2^{\frac{4}{\sin x}}$	$y = \ln \frac{(x-1)^2}{x+2} + 3 \cdot \sqrt[3]{x^2}$

22	$y = 2^{\sin 4x} \cdot e^{-2x};$	$y = 5 \cdot \sqrt[5]{x^2 + x + \frac{1}{x}};$	$y = (x^2 + 3)^{\cos x};$
23	$y = \frac{3x - 4}{\sqrt{x^2 + 9x - 6}};$	$y = 5^{\sin x} \cdot \sqrt{\cos 3x};$	$y = (\operatorname{ctg} 4x)^{\sin 2x}.$
24	$y = \ln \sqrt{\frac{x-1}{x+1}};$	$y = e^{\operatorname{arctg} x^3};$	$y = 2^{\arcsin x} \cdot \sqrt{\cos x};$
25	$y = \frac{5x + 4}{\sqrt{x^2 - 5x - 2}};$	$y = \frac{3x}{x - 1};$	$y = \ln(1 + 2x^3) \cdot 5^{\cos x};$
26	$y = (2x + 3)^{\sin x};$	$y = \frac{x^2 - 10}{\sqrt{2x + 3}};$	$y = (\operatorname{tg} 7x)^{x^3};$
27	$y = 3^{\cos x} \cdot \operatorname{arctg} 4x;$	$y = \frac{2x - 3}{\sqrt{x^2 + 4x - 3}};$	$y = (\operatorname{tg} x)^{3x};$
28	$y = \ln \sin(6x + 7);$	$y = (e^{\cos x} + 3)^4;$	$y = 2\sqrt{4x + 3} \cdot \arcsin 2x;$
29	$y = \frac{x^3}{3(x^2 - 3)}.$	$y = \frac{3x - 1}{\sqrt[3]{x^2 + 9x + 1}};$	$y = \frac{x^2}{x - 1}.$
30	$y = x - \ln(x + 2).$	$y = (x - 1) \cdot e^{3x+1}.$	$y = \frac{\sqrt{x^2 + 4x - 5}}{e^{x^2}};$

**Рекомендуемая литература****Основная литература**

Глухов, В. А. Курс высшей математики. В 2-х томах. Т.1 : учебник / В. А. Глухов, Г. А. Котов, О. В. Котова. — Макеевка : Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2020. — 566 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/99382.html>

Глухов, В. А. Курс высшей математики. В 2-х томах. Т.II : учебник / В. А. Глухов, Г. А. Котов, О. В. Котова. — Макеевка : Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2020. — 617 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/99383.html>

Алексеев, Г. В. Курс высшей математики для гуманитарных направлений : учебное пособие / Г. В. Алексеев, И. И. Холявин. — Москва : Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 264 с. — ISBN 978-5-4497-0456-6. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/96847.html>

Погорелов, А. В. Аналитическая геометрия / А. В. Погорелов. — 4-е изд. — Москва, Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, Институт компьютерных исследований, 2019. — 208 с. — ISBN 978-5-4344-0720-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/91909.html>

Краткий курс высшей математики : учебник / К. В. Балдин, Ф. К. Балдин, В. И. Джеффаль [и др.] ; под редакцией К. В. Балдина. — 3-е изд. — Москва : Дашков и К, 2019. —

512 с. — ISBN 978-5-394-03335-3. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/85606.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

Шапкин, А. С. Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию : учебное пособие для бакалавров / А. С. Шапкин, В. А. Шапкин. — 8-е изд. — Москва : Дашков и К, 2019. — 432 с. — ISBN 978-5-394-01943-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/85140.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

#### *Дополнительная литература*

Михалев, А. В. Алгебра матриц и линейные пространства : учебное пособие / А. В. Михалев, А. А. Михалев. — 3-е изд. — Москва, Саратов : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 145 с. — ISBN 978-5-4497-0364-4. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/89415.html>

Богун, В. В. Аналитическая геометрия на плоскости: дистанционные динамические расчетные проекты : учебное пособие / В. В. Богун. — Саратов : Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 117 с. — ISBN 978-5-4497-0406-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/92634.html>

Казиев, В. М. Введение в математику : учебное пособие / В. М. Казиев. — 3-е изд. — Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 197 с. — ISBN 978-5-4497-0547-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/94850.html>

Казанцева, Е. В. Дифференциальные уравнения. Фазовая плоскость : учебное пособие / Е. В. Казанцева. — Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2020. — 64 с. — ISBN 978-5-7782-4128-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/98702.html>

Математический анализ и дифференциальные уравнения. Задачи и упражнения : учебное пособие / В. В. Власов, С. И. Митрохин, А. В. Прошкина [и др.]. — 3-е изд. — Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 375 с. — ISBN 978-5-4497-0657-7. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/97549.html>

Эварт, Т. Е. Методы вычислительной математики. Решение дифференциальных и матричных уравнений : учебное пособие / Т. Е. Эварт, В. В. Поздьяев. — Саратов : Вузовское образование, 2020. — 94 с. — ISBN 978-5-4487-0674-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/91119.html>

Хамидуллин, Р. Я. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / Р. Я. Хамидуллин. — Москва: Университет «Синергия», 2020. — 276 с. — ISBN 978-5-4257-0398-9. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/101341.html>

Математика [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Н.Б. Карбачинская [и др.].— Электрон. текстовые данные.— М.: Российский государственный университет правосудия, 2015.— 342 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/49604>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю

Королев В.Т. Математика и информатика. Часть первая. Математика [Электронный ресурс]/ Королев В.Т., Ловцов Д.А., Радионов В.В.— Электрон. текстовые данные.— М.: Российский государственный университет правосудия, 2015.— 248 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/45225>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю

**Практическое занятие № 9**  
**к разделу 3 Математический анализ**  
**теме 3.4 Интегральное исчисление функций одной переменной**  
**практическое занятие проводится в интерактивной форме**  
**(семинар)**

*Вопросы для семинара:*

1. Первообразная и неопределенный интеграл. Теорема существования неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла
2. Непосредственное интегрирование с помощью таблицы неопределенных интегралов
3. Подстановка в неопределенном интеграле
4. Интегрирование «по частям»
5. Интегрирование выражений, содержащих квадратный трехчлен  $ax^2 + bx + c$
6. Интегрирование рациональных и дробнорациональных функций
7. Интегрирование тригонометрических выражений
8. Определенный интеграл. Его свойства
9. Вычисление определенного интеграла
10. Приложения определенного интеграла
11. Общая схема применения определенного интеграла
12. Несобственные интегралы по неограниченному промежутку
13. Несобственные интегралы от неограниченных функций
14. Интегралы, зависящие от параметра
15. Гамма-функция  $\Gamma(x)$
16. Бета-функция  $B(p, q)$
17. Подстановки Эйлера
18. Интегрирование дифференциальных биномов
19. Об интегралах, не выражающихся через элементарные функции

***Рекомендуемая литература***

***Основная литература***

Глухов, В. А. Курс высшей математики. В 2-х томах. Т. I : учебник / В. А. Глухов, Г. А. Котов, О. В. Котова. — Макеевка : Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2020. — 566 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/99382.html>

Глухов, В. А. Курс высшей математики. В 2-х томах. Т. II : учебник / В. А. Глухов, Г. А. Котов, О. В. Котова. — Макеевка : Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2020. — 617 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/99383.html>

Алексеев, Г. В. Курс высшей математики для гуманитарных направлений : учебное пособие / Г. В. Алексеев, И. И. Холявин. — Москва : Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 264 с. — ISBN 978-5-4497-0456-6. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/96847.html>

Погорелов, А. В. Аналитическая геометрия / А. В. Погорелов. — 4-е изд. — Москва, Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, Институт компьютерных исследований, 2019. — 208 с. — ISBN 978-5-4344-0720-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/91909.html>

Краткий курс высшей математики : учебник / К. В. Балдин, Ф. К. Балдин, В. И. Джеффаль [и др.] ; под редакцией К. В. Балдина. — 3-е изд. — Москва : Дашков и К, 2019. —

512 с. — ISBN 978-5-394-03335-3. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/85606.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

Шапкин, А. С. Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию : учебное пособие для бакалавров / А. С. Шапкин, В. А. Шапкин. — 8-е изд. — Москва : Дашков и К, 2019. — 432 с. — ISBN 978-5-394-01943-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/85140.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

#### *Дополнительная литература*

Михалев, А. В. Алгебра матриц и линейные пространства : учебное пособие / А. В. Михалев, А. А. Михалев. — 3-е изд. — Москва, Саратов : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 145 с. — ISBN 978-5-4497-0364-4. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/89415.html>

Богун, В. В. Аналитическая геометрия на плоскости: дистанционные динамические расчетные проекты : учебное пособие / В. В. Богун. — Саратов : Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 117 с. — ISBN 978-5-4497-0406-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/92634.html>

Казиев, В. М. Введение в математику : учебное пособие / В. М. Казиев. — 3-е изд. — Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 197 с. — ISBN 978-5-4497-0547-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/94850.html>

Казанцева, Е. В. Дифференциальные уравнения. Фазовая плоскость : учебное пособие / Е. В. Казанцева. — Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2020. — 64 с. — ISBN 978-5-7782-4128-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/98702.html>

Математический анализ и дифференциальные уравнения. Задачи и упражнения : учебное пособие / В. В. Власов, С. И. Митрохин, А. В. Прошкина [и др.]. — 3-е изд. — Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 375 с. — ISBN 978-5-4497-0657-7. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/97549.html>

Эварт, Т. Е. Методы вычислительной математики. Решение дифференциальных и матричных уравнений : учебное пособие / Т. Е. Эварт, В. В. Поздьяев. — Саратов : Вузовское образование, 2020. — 94 с. — ISBN 978-5-4487-0674-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/91119.html>

Хамидуллин, Р. Я. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / Р. Я. Хамидуллин. — Москва: Университет «Синергия», 2020. — 276 с. — ISBN 978-5-4257-0398-9. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/101341.html>

Математика [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Н.Б. Карбачинская [и др.].— Электрон. текстовые данные.— М.: Российский государственный университет правосудия, 2015.— 342 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/49604>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю

Королев В.Т. Математика и информатика. Часть первая. Математика [Электронный ресурс]/ Королев В.Т., Ловцов Д.А., Радионов В.В.— Электрон. текстовые данные.— М.: Российский государственный университет правосудия, 2015.— 248 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/45225>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю

**Практическое занятие № 10**  
**к разделу 3 Математический анализ**  
**теме 3.5 Дифференциальное и интегральное исчисление функций многих**  
**переменных**  
**практическое занятие проводится в интерактивной форме**  
**(семинар, решение практических заданий).**

*Вопросы для семинара:*

1. Область определения, линии и поверхности уровня
2. Частные производные и дифференциал первого порядка
3. Производная сложной функции
4. Производная функции, заданной неявно
5. Производная по направлению и градиент скалярного поля
6. Касательная плоскость и нормаль к поверхности
7. Экстремум функции нескольких переменных
8. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой ограниченной области

*Практические задания:*

**Задание.** Выразить площадь  $S$  треугольника как функцию длин двух его сторон  $x$  и  $y$  при условии, что периметр треугольника равен  $P$ . Найти и построить область определения функции.

**Задание.** Выразить площадь  $S$  равнобокой трапеции как функцию длин трех величин: длин оснований  $x$ ,  $y$  и боковой стороны  $z$ . Найти и построить область определения функции

**Задание.** Найти и построить область определения функции и некоторые линии уровня )  
 $z = \ln(y - x^2 - 1)$

**Задание.** Найти и построить линии уровня функции  $z = 4x^2 + y^2$

**Рекомендуемая литература**

**Основная литература**

Глухов, В. А. Курс высшей математики. В 2-х томах. Т. I : учебник / В. А. Глухов, Г. А. Котов, О. В. Котова. — Макеевка : Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2020. — 566 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/99382.html>

Глухов, В. А. Курс высшей математики. В 2-х томах. Т. II : учебник / В. А. Глухов, Г. А. Котов, О. В. Котова. — Макеевка : Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2020. — 617 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/99383.html>

Алексеев, Г. В. Курс высшей математики для гуманитарных направлений : учебное пособие / Г. В. Алексеев, И. И. Холявин. — Москва : Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 264 с. — ISBN 978-5-4497-0456-6. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/96847.html>

Погорелов, А. В. Аналитическая геометрия / А. В. Погорелов. — 4-е изд. — Москва, Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, Институт компьютерных исследований, 2019. — 208 с. — ISBN 978-5-4344-0720-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/91909.html>

Краткий курс высшей математики : учебник / К. В. Балдин, Ф. К. Балдин, В. И. Джеффаль [и др.] ; под редакцией К. В. Балдина. — 3-е изд. — Москва : Дашков и К, 2019. — 512 с. — ISBN 978-5-394-03335-3. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/85606.html>. — Режим доступа:



для авторизир. пользователей

Шапкин, А. С. Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию : учебное пособие для бакалавров / А. С. Шапкин, В. А. Шапкин. — 8-е изд. — Москва : Дашков и К, 2019. — 432 с. — ISBN 978-5-394-01943-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/85140.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

#### *Дополнительная литература*

Михалев, А. В. Алгебра матриц и линейные пространства : учебное пособие / А. В. Михалев, А. А. Михалев. — 3-е изд. — Москва, Саратов : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 145 с. — ISBN 978-5-4497-0364-4. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/89415.html>

Богун, В. В. Аналитическая геометрия на плоскости: дистанционные динамические расчетные проекты : учебное пособие / В. В. Богун. — Саратов : Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 117 с. — ISBN 978-5-4497-0406-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/92634.html>

Казиев, В. М. Введение в математику : учебное пособие / В. М. Казиев. — 3-е изд. — Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 197 с. — ISBN 978-5-4497-0547-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/94850.html>

Казанцева, Е. В. Дифференциальные уравнения. Фазовая плоскость : учебное пособие / Е. В. Казанцева. — Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2020. — 64 с. — ISBN 978-5-7782-4128-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/98702.html>

Математический анализ и дифференциальные уравнения. Задачи и упражнения : учебное пособие / В. В. Власов, С. И. Митрохин, А. В. Прошкина [и др.]. — 3-е изд. — Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 375 с. — ISBN 978-5-4497-0657-7. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/97549.html>

Эварт, Т. Е. Методы вычислительной математики. Решение дифференциальных и матричных уравнений : учебное пособие / Т. Е. Эварт, В. В. Поздеев. — Саратов : Вузовское образование, 2020. — 94 с. — ISBN 978-5-4487-0674-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/91119.html>

Хамидуллин, Р. Я. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / Р. Я. Хамидуллин. — Москва: Университет «Синергия», 2020. — 276 с. — ISBN 978-5-4257-0398-9. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/101341.html>

Математика [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Н.Б. Карбачинская [и др.].— Электрон. текстовые данные.— М.: Российский государственный университет правосудия, 2015.— 342 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/49604>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю

Королев В.Т. Математика и информатика. Часть первая. Математика [Электронный ресурс]/ Королев В.Т., Ловцов Д.А., Радионов В.В.— Электрон. текстовые данные.— М.: Российский государственный университет правосудия, 2015.— 248 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/45225>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю



**Практическое занятие № 11**  
**к разделу 3 Математический анализ**  
**теме 3.6 Дифференциальные уравнения**  
*практическое занятие проводится в интерактивной форме*  
*(семинар, решение практических заданий).*

*Вопросы для семинара:*

1. Некоторые задачи, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям.
2. Дифференциальные уравнения первого порядка.
3. Понятие об общем, частном и особом решениях дифференциальных уравнений.
4. Основные классы дифференциальных уравнений первого порядка, интегрируемых в квадратурах:
5. Уравнения в полных дифференциалах.
6. Уравнения с разделяющимися переменными.
7. Линейные и однородные уравнения.
8. Уравнение Бернулли

*Практические задания:*

**Задание.** Решить дифференциальное уравнение  $xy' = y$

**Задание.** Найти частное решение дифференциального уравнения  $y' = -2y$ , удовлетворяющее начальному условию  $y(0) = 2$

**Задание.** Решить дифференциальное уравнение  $y' + (2y + 1)ctg x = 0$

**Задание.** Найти частное решение дифференциального уравнения  $y \ln y + xy' = 0$ , удовлетворяющее начальному условию  $y(1) = e$ . Выполнить проверку.

**Задание.** Найти частное решение дифференциального уравнения  $e^{y-x^2} dy - 2x dx = 0$ , удовлетворяющее начальному условию  $y(0) = \ln 2$ . Выполнить проверку.

**Задание.** Найти общий интеграл уравнения  $\sqrt{3+y^2} dx + \sqrt{1-x^2} y dy = 0$ , ответ представить в виде  $F(x, y) = C$ .

**Задание.** Решить дифференциальное уравнение  $2(xy + y)y' + x(y^4 + 1) = 0$ . Выполнить проверку.

**Задание.** Решить дифференциальное уравнение  $(1 + e^x)y dy - e^y dx = 0$

**Задание.** Решить дифференциальное уравнение  $y - xy' = 3(1 + x^2 y')$

**Рекомендуемая литература**  
**Основная литература**

Глухов, В. А. Курс высшей математики. В 2-х томах. Т. I : учебник / В. А. Глухов, Г. А. Котов, О. В. Котова. — Макеевка : Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2020. — 566 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/99382.html>

Глухов, В. А. Курс высшей математики. В 2-х томах. Т. II : учебник / В. А. Глухов, Г. А. Котов, О. В. Котова. — Макеевка : Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2020. — 617 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/99383.html>

Алексеев, Г. В. Курс высшей математики для гуманитарных направлений : учебное пособие / Г. В. Алексеев, И. И. Холявин. — Москва : Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 264 с. — ISBN 978-5-4497-0456-6. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/96847.html>

Погорелов, А. В. Аналитическая геометрия / А. В. Погорелов. — 4-е изд. — Москва, Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, Институт компьютерных исследований, 2019. — 208 с. — ISBN 978-5-4344-0720-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/91909.html>

Краткий курс высшей математики : учебник / К. В. Балдин, Ф. К. Балдин, В. И. Джеффаль [и др.] ; под редакцией К. В. Балдина. — 3-е изд. — Москва : Дашков и К, 2019. — 512 с. — ISBN 978-5-394-03335-3. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/85606.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

Шапкин, А. С. Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию : учебное пособие для бакалавров / А. С. Шапкин, В. А. Шапкин. — 8-е изд. — Москва : Дашков и К, 2019. — 432 с. — ISBN 978-5-394-01943-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/85140.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

#### *Дополнительная литература*

Михалев, А. В. Алгебра матриц и линейные пространства : учебное пособие / А. В. Михалев, А. А. Михалев. — 3-е изд. — Москва, Саратов : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 145 с. — ISBN 978-5-4497-0364-4. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/89415.html>

Богун, В. В. Аналитическая геометрия на плоскости: дистанционные динамические расчетные проекты : учебное пособие / В. В. Богун. — Саратов : Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 117 с. — ISBN 978-5-4497-0406-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/92634.html>

Казиев, В. М. Введение в математику : учебное пособие / В. М. Казиев. — 3-е изд. — Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 197 с. — ISBN 978-5-4497-0547-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/94850.html>

Казанцева, Е. В. Дифференциальные уравнения. Фазовая плоскость : учебное пособие / Е. В. Казанцева. — Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2020. — 64 с. — ISBN 978-5-7782-4128-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/98702.html>

Математический анализ и дифференциальные уравнения. Задачи и упражнения : учебное пособие / В. В. Власов, С. И. Митрохин, А. В. Прошкина [и др.]. — 3-е изд. — Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 375 с. — ISBN 978-5-4497-0657-7. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/97549.html>

Эварт, Т. Е. Методы вычислительной математики. Решение дифференциальных и матричных уравнений : учебное пособие / Т. Е. Эварт, В. В. Поздеев. — Саратов : Вузовское образование, 2020. — 94 с. — ISBN 978-5-4487-0674-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/91119.html>

Хамидуллин, Р. Я. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / Р. Я. Хамидуллин. — Москва: Университет «Синергия», 2020. — 276 с. — ISBN 978-5-4257-0398-9. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. —

URL: <http://www.iprbookshop.ru/101341.html>

Математика [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Н.Б. Карбачинская [и др.].— Электрон. текстовые данные.— М.: Российский государственный университет правосудия, 2015.— 342 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/49604>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю

Королев В.Т. Математика и информатика. Часть первая. Математика [Электронный ресурс]/ Королев В.Т., Ловцов Д.А., Радионов В.В.— Электрон. текстовые данные.— М.: Российский государственный университет правосудия, 2015.— 248 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/45225>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю

### Практическое занятие № 12

#### к разделу 4 Теория вероятностей и элементы математической статистики теме 4.1 Случайные события и их вероятность *практическое занятие проводится в интерактивной форме (семинар, решение практических заданий).*

*На занятиях реализуется технология развивающей кооперации.*

*Вопросы для семинара:*

1. Определение вероятности события.
2. Свойства вероятности события: вероятность противоположного события, вероятность невозможного события, вероятность суммы двух событий.
3. Полная группа событий.
4. Теорема о сумме вероятностей событий, образующих полную группу.
5. Опыт, сводящийся к схеме случаев.
6. Случаи, благоприятствующие появлению события.
7. Условная вероятность.
8. Независимые события.
9. Теоремы умножения вероятностей.
10. Гипотезы по отношению к событию.
11. Формула полной вероятности.
12. Формула Байеса

*Перечень практических задач*

**Задача 1.** Три стрелка стреляют в мишень. Событие  $A$  – первый стрелок попадает в мишень, событие  $B$  – второй стрелок попал в мишень, событие  $C$  – третий стрелок попал в мишень. Записать события, состоящие в том, что из событий  $A, B, C$  произошли (произошло):

- а) только  $A$ ; б)  $A$  и  $B$ , и не произошло  $C$ ; в) все три события;
- г) хотя бы одно событие; д) хотя бы два события; е) одно и только одно событие;
- ж) два и только два события; з) не более двух событий;
- и) не произошло ни одного события.

**Задача 2.** Бросили монету и игральную кость. Определить, зависимы или независимы события:  $A$  – «выпал герб»;  $B$  – «выпало чётное число очков».

**Задача 3.** Брошены последовательно три монеты. Определить, зависимы или независимы события:  $A$  – «выпадение герба на первой монете»;  $B$  – «выпадение хотя бы одной решки».

**Задача 4.** В урне 10 белых и 5 чёрных шаров. Из урны вынули два шара. Какова вероятность того, что они одного цвета?

**Задача 5.** Буквы У, У, Ж, М, К, А, М написаны на отдельных карточках. Найти вероятность того, что выбранные последовательно наугад 3 буквы составят слово а) «ЖУК»; б) «МУЖ».

**Задача 6.** Пусть вы забыли последнюю цифру нужного вам номера телефона и набираете её наудачу. Какова вероятность того, что вам придётся сделать не более двух вызовов?

**Задача 7.** Среди 25 экзаменационных билетов имеется 5 «счастливых» и 20 «несчастливых». Студенты подходят за билетами один за другим по очереди. У кого больше вероятность вытащить «счастливый» билет: у того, кто подошёл за билетами первым -  $P_1$  или  $P_2$ ?

**Задача 8.** В компьютерном тренировочном тесте случайным образом появляются задачи трёх типов: А, В, С. Вероятность появления этих задач соответственно равны 0,2; 0,5; 0,3. Студент может решить задачу соответствующего типа с вероятностями: 0,8; 0,2; 0,4. Найти вероятность того, что студент решит появившуюся задачу.

**Задача 9.** Банк выдаёт 44% всех кредитов юридическим лицам, а 56% - физическим лицам. Вероятность того, что юридическое лицо не погасит в срок кредит, равна 0,2; а для физического лица эта вероятность составляет 0,1. Найти вероятность того, что очередной кредит будет погашен в срок.

**Задача 10.** В круг вписан квадрат. Найти вероятность того, что из четырёх точек, брошенных наудачу в данный круг, только одна попадёт внутрь квадрата.

### **Рекомендуемая литература**

#### **Основная литература**

Глухов, В. А. Курс высшей математики. В 2-х томах. Т. I : учебник / В. А. Глухов, Г. А. Котов, О. В. Котова. — Макеевка : Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2020. — 566 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/99382.html>

Глухов, В. А. Курс высшей математики. В 2-х томах. Т. II : учебник / В. А. Глухов, Г. А. Котов, О. В. Котова. — Макеевка : Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2020. — 617 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/99383.html>

Алексеев, Г. В. Курс высшей математики для гуманитарных направлений : учебное пособие / Г. В. Алексеев, И. И. Холявин. — Москва : Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 264 с. — ISBN 978-5-4497-0456-6. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/96847.html>

Погорелов, А. В. Аналитическая геометрия / А. В. Погорелов. — 4-е изд. — Москва, Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, Институт компьютерных исследований, 2019. — 208 с. — ISBN 978-5-4344-0720-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/91909.html>

Краткий курс высшей математики : учебник / К. В. Балдин, Ф. К. Балдин, В. И. Джеффаль [и др.] ; под редакцией К. В. Балдина. — 3-е изд. — Москва : Дашков и К, 2019. — 512 с. — ISBN 978-5-394-03335-3. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/85606.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

Шапкин, А. С. Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию : учебное пособие для бакалавров / А. С. Шапкин, В. А. Шапкин. — 8-е изд. — Москва : Дашков и К, 2019. — 432 с. — ISBN 978-5-394-01943-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/85140.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

#### **Дополнительная литература**

Михалев, А. В. Алгебра матриц и линейные пространства : учебное пособие / А. В. Михалев, А. А. Михалев. — 3-е изд. — Москва, Саратов : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 145 с. — ISBN 978-5-

4497-0364-4. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/89415.html>

Богун, В. В. Аналитическая геометрия на плоскости: дистанционные динамические расчетные проекты : учебное пособие / В. В. Богун. — Саратов : Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 117 с. — ISBN 978-5-4497-0406-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/92634.html>

Казиев, В. М. Введение в математику : учебное пособие / В. М. Казиев. — 3-е изд. — Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 197 с. — ISBN 978-5-4497-0547-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/94850.html>

Казанцева, Е. В. Дифференциальные уравнения. Фазовая плоскость : учебное пособие / Е. В. Казанцева. — Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2020. — 64 с. — ISBN 978-5-7782-4128-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/98702.html>

Математический анализ и дифференциальные уравнения. Задачи и упражнения : учебное пособие / В. В. Власов, С. И. Митрохин, А. В. Прошкина [и др.]. — 3-е изд. — Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 375 с. — ISBN 978-5-4497-0657-7. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/97549.html>

Эварт, Т. Е. Методы вычислительной математики. Решение дифференциальных и матричных уравнений : учебное пособие / Т. Е. Эварт, В. В. Поздьяев. — Саратов : Вузовское образование, 2020. — 94 с. — ISBN 978-5-4487-0674-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/91119.html>

Хамидуллин, Р. Я. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / Р. Я. Хамидуллин. — Москва: Университет «Синергия», 2020. — 276 с. — ISBN 978-5-4257-0398-9. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/101341.html>

Математика [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Н.Б. Карбачинская [и др.].— Электрон. текстовые данные.— М.: Российский государственный университет правосудия, 2015.— 342 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/49604>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю

Королев В.Т. Математика и информатика. Часть первая. Математика [Электронный ресурс]/ Королев В.Т., Ловцов Д.А., Радионов В.В.— Электрон. текстовые данные.— М.: Российский государственный университет правосудия, 2015.— 248 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/45225>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю

### Практическое занятие № 13

к разделу 4 Теория вероятностей и элементы математической статистики  
теме 4.2 Случайные величины и процессы  
*практическое занятие проводится в интерактивной форме  
(семинар, решение практических заданий).*

*Вопросы для семинара:*

1. Дискретные и непрерывные случайные величины.
2. Закон распределения ДСВ.
3. Биномиальное распределение.
4. Распределение Пуассона.
5. Геометрическое распределение.
6. Гипергеометрическое распределение.



7. Функция распределения и плотность распределения НСВ.
8. Нормальное распределение.
9. Ряд распределения.
10. Многоугольник распределения.
11. Функция распределения случайной величины.
12. Плотность распределения случайной величины.
13. Законы распределения дискретных и непрерывных случайных величин, их числовые характеристики.
14. Нормальное распределение.
15. Числовые характеристики нормального распределения.
16. Вероятность попадания нормально распределенной случайной величины в заданный интервал.
17. Вероятность отклонения нормально распределенной случайной величины от среднего значения
18. Числовые характеристики ДСВ и НСВ.
19. Математическое ожидание.
20. Дисперсия. Среднее квадратичное отклонение.
21. Свойства числовых характеристик

*Практические задания:*

**Задание.** Пусть случайная величина  $v$  имеет нормальное распределение с параметрами  $\mu = 0$ ,  $\sigma^2 = 1$ , а случайный процесс задан как  $\xi(t) = t + v$ ,  $t > 0$ . Найдем функции распределения данного случайного процесса

**Задание.** Найти распределение случайной величины  $\tau_k$ .

**Задание.** Найти совместное распределение случайных величин  $\tau_1, \dots, \tau_n$ .

**Задание.** Показать, что промежутки времени  $\Delta\tau_k = \tau_k - \tau_{k-1}$  (считаем, что  $\tau_0 = 0$  с вероятностью единица и, следовательно,  $\Delta\tau_1 = \tau_1$ ) между последовательными моментами поступления требований в пуассоновом потоке независимы при всех  $k = 1, 2, \dots, n$  для любого  $n > 1$  и каждая из случайных величин  $\Delta\tau_k$  имеет экспоненциальное распределение, т. е. её плотность распределения имеет вид  $\lambda e^{-\lambda t}$  при  $t > 0$ .

**Задание.** Описать семейство реализаций элементарного случайного процесса  $\xi(\omega, t) = t + U$ ,  $t \in [0, 2]$ , где  $U$  – случайная величина, принимающая только положительные значения.

**Рекомендуемая литература**

**Основная литература**

Глухов, В. А. Курс высшей математики. В 2-х томах. Т. I : учебник / В. А. Глухов, Г. А. Котов, О. В. Котова. — Макеевка : Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2020. — 566 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/99382.html>

Глухов, В. А. Курс высшей математики. В 2-х томах. Т. II : учебник / В. А. Глухов, Г. А. Котов, О. В. Котова. — Макеевка : Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2020. — 617 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/99383.html>

Алексеев, Г. В. Курс высшей математики для гуманитарных направлений : учебное пособие / Г. В. Алексеев, И. И. Холявин. — Москва : Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 264 с. — ISBN 978-5-4497-0456-6. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/96847.html>

Погорелов, А. В. Аналитическая геометрия / А. В. Погорелов. — 4-е изд. — Москва,

Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, Институт компьютерных исследований, 2019. — 208 с. — ISBN 978-5-4344-0720-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/91909.html>

Краткий курс высшей математики : учебник / К. В. Балдин, Ф. К. Балдин, В. И. Джеффаль [и др.] ; под редакцией К. В. Балдина. — 3-е изд. — Москва : Дашков и К, 2019. — 512 с. — ISBN 978-5-394-03335-3. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/85606.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

Шапкин, А. С. Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию : учебное пособие для бакалавров / А. С. Шапкин, В. А. Шапкин. — 8-е изд. — Москва : Дашков и К, 2019. — 432 с. — ISBN 978-5-394-01943-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/85140.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

#### *Дополнительная литература*

Михалев, А. В. Алгебра матриц и линейные пространства : учебное пособие / А. В. Михалев, А. А. Михалев. — 3-е изд. — Москва, Саратов : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 145 с. — ISBN 978-5-4497-0364-4. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/89415.html>

Богун, В. В. Аналитическая геометрия на плоскости: дистанционные динамические расчетные проекты : учебное пособие / В. В. Богун. — Саратов : Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 117 с. — ISBN 978-5-4497-0406-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/92634.html>

Казиев, В. М. Введение в математику : учебное пособие / В. М. Казиев. — 3-е изд. — Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 197 с. — ISBN 978-5-4497-0547-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/94850.html>

Казанцева, Е. В. Дифференциальные уравнения. Фазовая плоскость : учебное пособие / Е. В. Казанцева. — Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2020. — 64 с. — ISBN 978-5-7782-4128-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/98702.html>

Математический анализ и дифференциальные уравнения. Задачи и упражнения : учебное пособие / В. В. Власов, С. И. Митрохин, А. В. Прошкина [и др.]. — 3-е изд. — Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 375 с. — ISBN 978-5-4497-0657-7. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/97549.html>

Эварт, Т. Е. Методы вычислительной математики. Решение дифференциальных и матричных уравнений : учебное пособие / Т. Е. Эварт, В. В. Поздьяев. — Саратов : Вузовское образование, 2020. — 94 с. — ISBN 978-5-4487-0674-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/91119.html>

Хамидуллин, Р. Я. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / Р. Я. Хамидуллин. — Москва: Университет «Синергия», 2020. — 276 с. — ISBN 978-5-4257-0398-9. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/101341.html>

Математика [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Н.Б. Карбачинская [и др.].— Электрон. текстовые данные.— М.: Российский государственный университет правосудия, 2015.— 342 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/49604>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю



Королев В.Т. Математика и информатика. Часть первая. Математика [Электронный ресурс]/ Королев В.Т., Ловцов Д.А., Радионов В.В.— Электрон. текстовые данные.— М.: Российский государственный университет правосудия, 2015.— 248 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/45225>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю

**Практическое занятие № 14**  
**к разделу 4 Теория вероятностей и элементы математической статистики**  
**теме 4.3 Элементы математической статистики**  
**практическое занятие проводится в интерактивной форме**  
**(семинар, решение практических заданий).**

*Вопросы для семинара:*

1. Составные части математической статистики
2. Исследование статистических данных (порядок статистического описания)
3. Исследование статистических данных (группированный статистический ряд)
4. Исследование статистических данных (гистограмма)
5. Числовые характеристики выборки
6. Свойства оценок
7. Введение в проверку статистических гипотез
8. Параметрические методы проверки гипотез (Z-тест)
9. Параметрические методы проверки гипотез (t-тест)
10. Параметрические методы проверки гипотез ( $\chi^2$ -тест)
11. Параметрические методы проверки гипотез (F-тест)
12. Параметрические методы проверки гипотез (тесты в R)
13. Непараметрические методы проверки гипотез: гипотеза в тесте Уилкоксона
14. Непараметрические методы проверки гипотез: гипотеза (тест Nemenyi)
15. Гипотеза о распределении генеральной совокупности
16. Интервальные оценки
17. Двумерные случайные величины
18. Порядок выполнения расчетно-графических работ
19. Важные особенности математической статистики

*Практические задания:*

**Задание.** Приведите примеры использования математической статистики в исследованиях по Вашей будущей специальности

**Задание.** В чем заключается выборочный метод исследования? В каких случаях он применяется?

**Задание.** Что отражают числовые характеристики выборки?

**Задание.** Какая зависимость существует между значениями частоты и частоты интервала?

**Задание.** Найти зависимость между величинами X и Y в виде уравнений регрессии.

**Задание.** Построить графически наблюдаемые выборочные значения признаков и линии регрессии.

**Задание.** Приведены результаты тестирования студентов по философии (ответы на 50 вопросов программы). Требуется:

1. Построить интервальные статистические ряды распределения частот и относительных частот (частостей) наблюдаемых значений;
2. Найти размах вариации и разбить его на 9 интервалов;
3. Построить гистограмму и полигон относительных частот, кумуляту. Указать, графикам каких функции в теории вероятностей они соответствуют;

4. Найти эмпирическую функцию распределения и построить ее график;
5. Вычислить числовые характеристики ряда распределения: выборочную среднюю, выборочные моду  $M_0^*$  и медиану  $M_e^*$ , выборочную дисперсию  $s^2$ , выборочное среднее квадратичное отклонение  $s$  и выборочный коэффициент вариации  $V_s^*$ . Вычислить выборочные начальные и центральные моменты до четвертого порядка включительно, а также выборочные коэффициент асимметрии  $A_s^*$  и эксцесса  $E_k^*$ ;
6. Рассчитать теоретическую нормальную кривую распределения и построить ее на эмпирическом графике;
7. Приняв в качестве нулевой гипотезы  $H_0$  (генеральная совокупность, из которой извлечена выборка, имеет нормальное распределение), проверить гипотезу, пользуясь критерием согласия Пирсона ( $\chi^2$ ) при уровне значимости  $\alpha = 0,025$ ;
8. Найти доверительные интервалы для математического ожидания и среднего квадратичного отклонения. Исходные выборочные данные

43	49	25	22
28	36	36	28
45	21	48	49
29	25	31	23
31	40	35	32
18	26	43	33
36	25	38	27
39	33	26	43
32	34	35	35
44	21	31	37

#### *Рекомендуемая литература*

##### *Основная литература*

Глухов, В. А. Курс высшей математики. В 2-х томах. Т. I : учебник / В. А. Глухов, Г. А. Котов, О. В. Котова. — Макеевка : Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2020. — 566 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/99382.html>

Глухов, В. А. Курс высшей математики. В 2-х томах. Т. II : учебник / В. А. Глухов, Г. А. Котов, О. В. Котова. — Макеевка : Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2020. — 617 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/99383.html>

Алексеев, Г. В. Курс высшей математики для гуманитарных направлений : учебное пособие / Г. В. Алексеев, И. И. Холявин. — Москва : Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 264 с. — ISBN 978-5-4497-0456-6. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/96847.html>

Погорелов, А. В. Аналитическая геометрия / А. В. Погорелов. — 4-е изд. — Москва, Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, Институт компьютерных исследований, 2019. — 208 с. — ISBN 978-5-4344-0720-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/91909.html>

Краткий курс высшей математики : учебник / К. В. Балдин, Ф. К. Балдин, В. И. Джеффаль [и др.] ; под редакцией К. В. Балдина. — 3-е изд. — Москва : Дашков и К, 2019. — 512 с. — ISBN 978-5-394-03335-3. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/85606.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

Шапкин, А. С. Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей,

математической статистике, математическому программированию : учебное пособие для бакалавров / А. С. Шапкин, В. А. Шапкин. — 8-е изд. — Москва : Дашков и К, 2019. — 432 с. — ISBN 978-5-394-01943-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/85140.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

#### *Дополнительная литература*

Михалев, А. В. Алгебра матриц и линейные пространства : учебное пособие / А. В. Михалев, А. А. Михалев. — 3-е изд. — Москва, Саратов : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 145 с. — ISBN 978-5-4497-0364-4. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/89415.html>

Богун, В. В. Аналитическая геометрия на плоскости: дистанционные динамические расчетные проекты : учебное пособие / В. В. Богун. — Саратов : Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 117 с. — ISBN 978-5-4497-0406-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/92634.html>

Казиев, В. М. Введение в математику : учебное пособие / В. М. Казиев. — 3-е изд. — Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 197 с. — ISBN 978-5-4497-0547-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/94850.html>

Казанцева, Е. В. Дифференциальные уравнения. Фазовая плоскость : учебное пособие / Е. В. Казанцева. — Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2020. — 64 с. — ISBN 978-5-7782-4128-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/98702.html>

Математический анализ и дифференциальные уравнения. Задачи и упражнения : учебное пособие / В. В. Власов, С. И. Митрохин, А. В. Прошкина [и др.]. — 3-е изд. — Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 375 с. — ISBN 978-5-4497-0657-7. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/97549.html>

Эварт, Т. Е. Методы вычислительной математики. Решение дифференциальных и матричных уравнений : учебное пособие / Т. Е. Эварт, В. В. Поздеев. — Саратов : Вузовское образование, 2020. — 94 с. — ISBN 978-5-4487-0674-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/91119.html>

Хамидуллин, Р. Я. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / Р. Я. Хамидуллин. — Москва: Университет «Синергия», 2020. — 276 с. — ISBN 978-5-4257-0398-9. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/101341.html>

Математика [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Н.Б. Карбачинская [и др.].— Электрон. текстовые данные.— М.: Российский государственный университет правосудия, 2015.— 342 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/49604>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю

Королев В.Т. Математика и информатика. Часть первая. Математика [Электронный ресурс]/ Королев В.Т., Ловцов Д.А., Радионов В.В.— Электрон. текстовые данные.— М.: Российский государственный университет правосудия, 2015.— 248 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/45225>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю

#### **4.4. ЛАБОРАТОРНЫЕ ЗАНЯТИЯ** *не предусмотрены учебным планом*

## 5 ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

### 5.1 Перечень учебно-методического обеспечения для СМР к разделу 1 Линейная алгебра Рекомендуемая литература

#### Основная литература

Глухов, В. А. Курс высшей математики. В 2-х томах. Т. I : учебник / В. А. Глухов, Г. А. Котов, О. В. Котова. — Макеевка : Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2020. — 566 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/99382.html>

Глухов, В. А. Курс высшей математики. В 2-х томах. Т. II : учебник / В. А. Глухов, Г. А. Котов, О. В. Котова. — Макеевка : Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2020. — 617 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/99383.html>

Алексеев, Г. В. Курс высшей математики для гуманитарных направлений : учебное пособие / Г. В. Алексеев, И. И. Холявин. — Москва : Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 264 с. — ISBN 978-5-4497-0456-6. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/96847.html>

Погорелов, А. В. Аналитическая геометрия / А. В. Погорелов. — 4-е изд. — Москва, Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, Институт компьютерных исследований, 2019. — 208 с. — ISBN 978-5-4344-0720-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/91909.html>

Краткий курс высшей математики : учебник / К. В. Балдин, Ф. К. Балдин, В. И. Джеффаль [и др.] ; под редакцией К. В. Балдина. — 3-е изд. — Москва : Дашков и К, 2019. — 512 с. — ISBN 978-5-394-03335-3. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/85606.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

Шапкин, А. С. Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию : учебное пособие для бакалавров / А. С. Шапкин, В. А. Шапкин. — 8-е изд. — Москва : Дашков и К, 2019. — 432 с. — ISBN 978-5-394-01943-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/85140.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

#### Дополнительная литература

Михалев, А. В. Алгебра матриц и линейные пространства : учебное пособие / А. В. Михалев, А. А. Михалев. — 3-е изд. — Москва, Саратов : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 145 с. — ISBN 978-5-4497-0364-4. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/89415.html>

Богун, В. В. Аналитическая геометрия на плоскости: дистанционные динамические расчетные проекты : учебное пособие / В. В. Богун. — Саратов : Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 117 с. — ISBN 978-5-4497-0406-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/92634.html>

Казиев, В. М. Введение в математику : учебное пособие / В. М. Казиев. — 3-е изд. — Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 197 с. — ISBN 978-5-4497-0547-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/94850.html>

Казанцева, Е. В. Дифференциальные уравнения. Фазовая плоскость : учебное пособие / Е. В. Казанцева. — Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2020. — 64 с. — ISBN 978-5-7782-4128-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/98702.html>

Математический анализ и дифференциальные уравнения. Задачи и упражнения : учебное пособие / В. В. Власов, С. И. Митрохин, А. В. Прошкина [и др.]. — 3-е изд. — Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 375 с. — ISBN 978-5-4497-0657-7. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/97549.html>

Эварт, Т. Е. Методы вычислительной математики. Решение дифференциальных и матричных уравнений : учебное пособие / Т. Е. Эварт, В. В. Поздьяев. — Саратов : Вузовское образование, 2020. — 94 с. — ISBN 978-5-4487-0674-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/91119.html>

Хамидуллин, Р. Я. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / Р. Я. Хамидуллин. — Москва: Университет «Синергия», 2020. — 276 с. — ISBN 978-5-4257-0398-9. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/101341.html>

Математика [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Н.Б. Карбачинская [и др.].— Электрон. текстовые данные.— М.: Российский государственный университет правосудия, 2015.— 342 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/49604>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю

Королев В.Т. Математика и информатика. Часть первая. Математика [Электронный ресурс]/ Королев В.Т., Ловцов Д.А., Радионов В.В.— Электрон. текстовые данные.— М.: Российский государственный университет правосудия, 2015.— 248 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/45225>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю

### ***Вопросы для самопроверки***

1. Понятие матрицы, определителя матрицы второго, третьего и высших порядков.
2. Правила вычисления определителей.
3. Операции над матрицами.
4. Элементарные преобразования строк матрицы. Приведение матрицы к ступенчатому виду и виду Гаусса.
5. Ранг матрицы.
6. Обратная матрица: свойства, способы построения.
7. Совместность и определенность системы линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.
8. Решение систем линейных алгебраических уравнений с помощью обратной матрицы и правила Крамера.
9. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса.
10. Линейная однородная система алгебраических уравнений, ее фундаментальная система решений.
11. Связь решений линейных однородных и неоднородных систем уравнений.
12. Линейные пространства. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис и размерность пространства. Координаты вектора в заданном базисе.
13. Линейные операции над векторами.
14. Скалярное произведение двух векторов и его свойства.
15. Векторное произведение двух векторов, его свойства.
16. Смешанное произведение трех векторов и его свойства.
17. Взаимное расположение векторов.



**Задания для самостоятельной работы:**

1. Решить систему методом Крамера и с помощью обратной матрицы.
$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + 2y + z = 1 \\ x + 3y + 2z = 3 \end{cases}$$
2. Решить систему уравнений методом Гаусса.
$$\begin{cases} 2x - y - z = -3 \\ x + y - 8z = 33 \\ y - 5z = 23 \end{cases}$$
3. Построить радиус-вектор данной точки А. Найти расстояние от точки А(1;-2;3) до оси ОХ. Найти расстояние от точки В(0;-2;-3) до плоскости ХОУ.
4. Из начала координат построить вектор АВ. Найти направляющие косинусы этого вектора. Отметить на чертеже углы  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ . А(1;3;-2); В(3;5;0).
5. Найти вектор DE+FE, если D(2;3;-4); E(1;6;4); F(0;-3;5).
6. Найти косинус угла ВСА в треугольнике АВС и площадь этого треугольника, если А(3;6;-2); В(1;8;1) и С(-1;5;-3).
7. Найти объём пирамиды ABCD и длину высоты, опущенной из вершины D, если А(3;6;-2); В(1;8;1); С(-1;5;-3); D(0;-3;2).

**5.2 Перечень учебно-методического обеспечения для СМР****к разделу 2 Аналитическая геометрия****Рекомендуемая литература****Основная литература**

Глухов, В. А. Курс высшей математики. В 2-х томах. Т. I : учебник / В. А. Глухов, Г. А. Котов, О. В. Котова. — Макеевка : Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2020. — 566 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/99382.html>

Глухов, В. А. Курс высшей математики. В 2-х томах. Т. II : учебник / В. А. Глухов, Г. А. Котов, О. В. Котова. — Макеевка : Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2020. — 617 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/99383.html>

Алексеев, Г. В. Курс высшей математики для гуманитарных направлений : учебное пособие / Г. В. Алексеев, И. И. Холявин. — Москва : Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 264 с. — ISBN 978-5-4497-0456-6. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/96847.html>

Погорелов, А. В. Аналитическая геометрия / А. В. Погорелов. — 4-е изд. — Москва, Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, Институт компьютерных исследований, 2019. — 208 с. — ISBN 978-5-4344-0720-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/91909.html>

Краткий курс высшей математики : учебник / К. В. Балдин, Ф. К. Балдин, В. И. Джеффаль [и др.] ; под редакцией К. В. Балдина. — 3-е изд. — Москва : Дашков и К, 2019. — 512 с. — ISBN 978-5-394-03335-3. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/85606.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

Шапкин, А. С. Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей,

математической статистике, математическому программированию : учебное пособие для бакалавров / А. С. Шапкин, В. А. Шапкин. — 8-е изд. — Москва : Дашков и К, 2019. — 432 с. — ISBN 978-5-394-01943-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/85140.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

#### *Дополнительная литература*

Михалев, А. В. Алгебра матриц и линейные пространства : учебное пособие / А. В. Михалев, А. А. Михалев. — 3-е изд. — Москва, Саратов : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 145 с. — ISBN 978-5-4497-0364-4. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/89415.html>

Богун, В. В. Аналитическая геометрия на плоскости: дистанционные динамические расчетные проекты : учебное пособие / В. В. Богун. — Саратов : Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 117 с. — ISBN 978-5-4497-0406-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/92634.html>

Казиев, В. М. Введение в математику : учебное пособие / В. М. Казиев. — 3-е изд. — Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 197 с. — ISBN 978-5-4497-0547-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/94850.html>

Казанцева, Е. В. Дифференциальные уравнения. Фазовая плоскость : учебное пособие / Е. В. Казанцева. — Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2020. — 64 с. — ISBN 978-5-7782-4128-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/98702.html>

Математический анализ и дифференциальные уравнения. Задачи и упражнения : учебное пособие / В. В. Власов, С. И. Митрохин, А. В. Прошкина [и др.]. — 3-е изд. — Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 375 с. — ISBN 978-5-4497-0657-7. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/97549.html>

Эварт, Т. Е. Методы вычислительной математики. Решение дифференциальных и матричных уравнений : учебное пособие / Т. Е. Эварт, В. В. Поздьяев. — Саратов : Вузовское образование, 2020. — 94 с. — ISBN 978-5-4487-0674-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/91119.html>

Хамидуллин, Р. Я. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / Р. Я. Хамидуллин. — Москва: Университет «Синергия», 2020. — 276 с. — ISBN 978-5-4257-0398-9. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/101341.html>

Математика [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Н.Б. Карбачинская [и др.].— Электрон. текстовые данные.— М.: Российский государственный университет правосудия, 2015.— 342 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/49604>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю

Королев В.Т. Математика и информатика. Часть первая. Математика [Электронный ресурс]/ Королев В.Т., Ловцов Д.А., Радионов В.В.— Электрон. текстовые данные.— М.: Российский государственный университет правосудия, 2015.— 248 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/45225>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю

#### *Вопросы для самопроверки*

1. Различные виды уравнения прямой на плоскости.
2. Кривые второго порядка, их канонические уравнения.
3. Уравнение плоскости.
4. Уравнение прямой в пространстве.



5. Взаимное расположение прямой и плоскости.

**Задания для самостоятельной работы:**

1. В треугольнике ABC найти точку пересечения стороны AC с высотой, опущенной из вершины B. Задание выполнить графически и аналитически.  $A(6;-2)$ ;  $B(8;1)$  и  $C(5;-3)$ .
2. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку A перпендикулярно вектору AB, где  $A(1;3;-2)$ ;  $B(3;5;0)$ .
3. Написать каноническое уравнения прямой DE, где  $D(2;3;-4)$ ;  $E(1;6;4)$ .
4. Написать уравнение плоскости, проходящей через три точки:  $M_1(1;2;3)$ ,  $M_2(3;0;1)$  и  $M_3(1;-2;-3)$ .

**5.3 Перечень учебно-методического обеспечения для СМР  
к разделу 3 Математический анализ**

**Рекомендуемая литература**

**Основная литература**

Глухов, В. А. Курс высшей математики. В 2-х томах. Т. I : учебник / В. А. Глухов, Г. А. Котов, О. В. Котова. — Макеевка : Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2020. — 566 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/99382.html>

Глухов, В. А. Курс высшей математики. В 2-х томах. Т. II : учебник / В. А. Глухов, Г. А. Котов, О. В. Котова. — Макеевка : Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2020. — 617 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/99383.html>

Алексеев, Г. В. Курс высшей математики для гуманитарных направлений : учебное пособие / Г. В. Алексеев, И. И. Холявин. — Москва : Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 264 с. — ISBN 978-5-4497-0456-6. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/96847.html>

Погорелов, А. В. Аналитическая геометрия / А. В. Погорелов. — 4-е изд. — Москва, Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, Институт компьютерных исследований, 2019. — 208 с. — ISBN 978-5-4344-0720-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/91909.html>

Краткий курс высшей математики : учебник / К. В. Балдин, Ф. К. Балдин, В. И. Джеффаль [и др.] ; под редакцией К. В. Балдина. — 3-е изд. — Москва : Дашков и К, 2019. — 512 с. — ISBN 978-5-394-03335-3. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/85606.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

Шапкин, А. С. Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию : учебное пособие для бакалавров / А. С. Шапкин, В. А. Шапкин. — 8-е изд. — Москва : Дашков и К, 2019. — 432 с. — ISBN 978-5-394-01943-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/85140.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

**Дополнительная литература**

Михалев, А. В. Алгебра матриц и линейные пространства : учебное пособие / А. В. Михалев, А. А. Михалев. — 3-е изд. — Москва, Саратов : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 145 с. — ISBN 978-5-

4497-0364-4. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/89415.html>

Богун, В. В. Аналитическая геометрия на плоскости: дистанционные динамические расчетные проекты : учебное пособие / В. В. Богун. — Саратов : Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 117 с. — ISBN 978-5-4497-0406-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/92634.html>

Казиев, В. М. Введение в математику : учебное пособие / В. М. Казиев. — 3-е изд. — Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 197 с. — ISBN 978-5-4497-0547-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/94850.html>

Казанцева, Е. В. Дифференциальные уравнения. Фазовая плоскость : учебное пособие / Е. В. Казанцева. — Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2020. — 64 с. — ISBN 978-5-7782-4128-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/98702.html>

Математический анализ и дифференциальные уравнения. Задачи и упражнения : учебное пособие / В. В. Власов, С. И. Митрохин, А. В. Прошкина [и др.]. — 3-е изд. — Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 375 с. — ISBN 978-5-4497-0657-7. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/97549.html>

Эварт, Т. Е. Методы вычислительной математики. Решение дифференциальных и матричных уравнений : учебное пособие / Т. Е. Эварт, В. В. Поздьяев. — Саратов : Вузовское образование, 2020. — 94 с. — ISBN 978-5-4487-0674-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/91119.html>

Хамидуллин, Р. Я. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / Р. Я. Хамидуллин. — Москва: Университет «Синергия», 2020. — 276 с. — ISBN 978-5-4257-0398-9. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/101341.html>

Математика [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Н.Б. Карбачинская [и др.].— Электрон. текстовые данные.— М.: Российский государственный университет правосудия, 2015.— 342 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/49604>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю

Королев В.Т. Математика и информатика. Часть первая. Математика [Электронный ресурс]/ Королев В.Т., Ловцов Д.А., Радионов В.В.— Электрон. текстовые данные.— М.: Российский государственный университет правосудия, 2015.— 248 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/45225>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю

#### ***Вопросы для самопроверки***

1. Последовательность. Предел числовой последовательности.
2. Функция. Способы задания функции.
3. Предел функции в точке. Односторонние пределы. Предел функции на бесконечности.
4. Непрерывность функции. Точки разрыва функции и их классификация.
5. Производная функции: определение, геометрический смысл.
6. Правила вычисления производной.
7. Производная сложной функции.
8. Производные высших порядков.
9. Дифференцируемость функции. Теоремы о связи дифференцируемости с непрерывностью и с существованием производной.
10. Дифференциал функции и его геометрический смысл.
11. Производные и дифференциалы высших порядков.

12. Раскрытие неопределенностей (правило Лопиталья).
13. Асимптоты графика функции.
14. Достаточные условия монотонности функции.
15. Достаточные условия экстремумов функции.
16. Достаточные условия выпуклости, вогнутости, точки перегиба графика функции.
17. Общая схема исследования функции и построение графика.
18. Понятия первообразной функции и неопределенного интеграла. Основные свойства неопределенного интеграла. Таблица основных неопределенных интегралов.
19. Замена переменной в неопределенном интеграле.
20. Метод интегрирования по частям.
21. Понятие определенного интеграла. Основные свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле.
22. Интегрирование по частям в определенном интеграле. Несобственные интегралы.
23. Понятие функции многих переменных.
24. Предел и непрерывность функции двух переменных.
25. Частные производные. Частные производные высших порядков.
26. Теорема о равенстве смешанных производных.
27. Дифференцируемые функции многих переменных. Дифференциал функции многих переменных.
28. Правила дифференцирования функций многих переменных.
29. Экстремумы функций многих переменных.
30. Экономическое приложение частных производных.
31. Кратные интегралы. Сведение кратного интеграла к повторному.
32. Геометрическая интерпретация и приложения двойного интеграла.
33. Дифференциальные уравнения. Общие понятия.
34. Дифференциальное уравнение первого порядка. Задача Коши.
35. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
36. Однородные дифференциальные уравнения.
37. Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах.
38. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
39. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка.
40. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков.
41. Линейная зависимость и линейная независимость системы функций. Линейные однородные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами.
42. Применение дифференциальных уравнений в экономике и управлении.

**Задания для самостоятельной работы:**

1. Вычислить пределы:
  - а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-2) \cdot (n-4) \cdot (n-6)}{n^3}$ ,    б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 2}{4x^2 + 5}$ ,    в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{x}$ .
2. Используя 1-й и 2-й замечательные пределы, найти пределы:
  - а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x + 3x^2}{5x}$ ,    б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{4+x}{5-x} \right)^{2x}$ .
3. Для функции  $y = f(x)$  найти точки разрыва, если они существуют. Дать их классификацию. Сделать эскиз графика функции.

$$y = \begin{cases} 3^x, & x \leq 0, \\ \sin x, & 0 < x < \pi, \\ 0, & x \geq \pi. \end{cases}$$

4. В точке  $x = 3$  найти значение производной функции  $y = \frac{1}{(x-1)^2} + \sqrt{x+1}$ .

5. Найти производные функций:

а)  $y = \log_2^3(\operatorname{tg} 3x)$ ,      б)  $y = (1 + e^{-x})^{\cos x}$ .

6. Вычислить  $y''(0)$ , если  $y = x^2 \cdot e^{x^2}$ .

7. Раскрыть неопределенность, используя правило Лопиталья:

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x + 4x^2}{2x}$ ;      б)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3e^x + 8 + \ln x}{x^3 - 2x}$ ;      в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} x}{e^{3/x} - 1}$ .

8. Найти асимптоты графика функции

$$f(x) = \frac{x^2 + 5}{x - 3}$$

9. Найти точки перегиба, промежутки выпуклости и вогнутости графика функции

$$f(x) = \frac{2x^2}{1 + x^2}$$

10. Найти неопределенные интегралы:

$$\int (4x^2 + 3x + 11) dx, \quad \int \frac{3x + 1}{x(x-1)} dx$$

13. Вычислить определенные интегралы:

$$\int_0^{3\pi/2} \cos \frac{x}{3} dx, \quad \int_0^4 \frac{dx}{1 + \sqrt{x}}$$

14. Найти частные производные первого порядка функции

$$z = x^2 + 2x + y^2 - 3$$

в точке  $M_0(-1; 2)$ .

15. Найти полный дифференциал функции

$$z = \operatorname{arctg}(xy) - \sqrt{x^3 + y^3}$$

16. Найти градиент функции

$$z = \ln(2x^4 + 4y^2) \text{ в точке } M_0(4; -2)$$

17. Найти экстремумы функции двух переменных:

$$z = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 20$$

18. Найти условные экстремумы функции

$$z = 4y^2 - 10x^2, \text{ если } 5x + y = 16.$$

19. Решить задачу Коши:  $2xyy' = y^2 - 1, y(1) = 2$ .

20. Решить задачу Коши:

$$xy' - y = (x + y) \ln \frac{x+y}{x}, y(1) = 2.$$

21. Найти общее решение уравнения:  $xyy' - y^2 = x^3$ .

22. Решить уравнения:

$$2x(1 + \sqrt{x^2 + y}) = y' \sqrt{x^2 + y}; \quad x(y^3 + \ln x)y' + y = 0; \quad yy'' = (y')^2 - (y')^3;$$

$$2xy'y'' = (y')^2 - 1; \quad y'' - y' = \frac{e^x}{1 + e^{2x}}; \quad y'' - y' - 6y = xe^{2x}.$$

#### 5.4 Перечень учебно-методического обеспечения для СМР к разделу 4 Теория вероятностей и элементы математической статистики

##### Рекомендуемая литература

##### Основная литература

Глухов, В. А. Курс высшей математики. В 2-х томах. Т. I : учебник / В. А. Глухов, Г. А. Котов, О. В. Котова. — Макеевка : Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2020. — 566 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/99382.html>

Глухов, В. А. Курс высшей математики. В 2-х томах. Т. II : учебник / В. А. Глухов, Г. А. Котов, О. В. Котова. — Макеевка : Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2020. — 617 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/99383.html>

Алексеев, Г. В. Курс высшей математики для гуманитарных направлений : учебное пособие / Г. В. Алексеев, И. И. Холявин. — Москва : Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 264 с. — ISBN 978-5-4497-0456-6. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/96847.html>

Погорелов, А. В. Аналитическая геометрия / А. В. Погорелов. — 4-е изд. — Москва, Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, Институт компьютерных исследований, 2019. — 208 с. — ISBN 978-5-4344-0720-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/91909.html>

Краткий курс высшей математики : учебник / К. В. Балдин, Ф. К. Балдин, В. И. Джеффаль [и др.] ; под редакцией К. В. Балдина. — 3-е изд. — Москва : Дашков и К, 2019. — 512 с. — ISBN 978-5-394-03335-3. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/85606.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

Шапкин, А. С. Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию : учебное пособие для бакалавров / А. С. Шапкин, В. А. Шапкин. — 8-е изд. — Москва : Дашков и К, 2019. — 432 с. — ISBN 978-5-394-01943-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/85140.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

##### Дополнительная литература

Михалев, А. В. Алгебра матриц и линейные пространства : учебное пособие / А. В. Михалев, А. А. Михалев. — 3-е изд. — Москва, Саратов : Интернет-Университет

Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 145 с. — ISBN 978-5-4497-0364-4. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/89415.html>

Богун, В. В. Аналитическая геометрия на плоскости: дистанционные динамические расчетные проекты : учебное пособие / В. В. Богун. — Саратов : Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 117 с. — ISBN 978-5-4497-0406-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/92634.html>

Казиев, В. М. Введение в математику : учебное пособие / В. М. Казиев. — 3-е изд. — Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 197 с. — ISBN 978-5-4497-0547-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/94850.html>

Казанцева, Е. В. Дифференциальные уравнения. Фазовая плоскость : учебное пособие / Е. В. Казанцева. — Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2020. — 64 с. — ISBN 978-5-7782-4128-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/98702.html>

Математический анализ и дифференциальные уравнения. Задачи и упражнения : учебное пособие / В. В. Власов, С. И. Митрохин, А. В. Прошкина [и др.]. — 3-е изд. — Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 375 с. — ISBN 978-5-4497-0657-7. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/97549.html>

Эварт, Т. Е. Методы вычислительной математики. Решение дифференциальных и матричных уравнений : учебное пособие / Т. Е. Эварт, В. В. Поздьяев. — Саратов : Вузовское образование, 2020. — 94 с. — ISBN 978-5-4487-0674-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/91119.html>

Хамидуллин, Р. Я. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / Р. Я. Хамидуллин. — Москва: Университет «Синергия», 2020. — 276 с. — ISBN 978-5-4257-0398-9. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/101341.html>

Математика [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Н.Б. Карбачинская [и др.].— Электрон. текстовые данные.— М.: Российский государственный университет правосудия, 2015.— 342 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/49604>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю

Королев В.Т. Математика и информатика. Часть первая. Математика [Электронный ресурс]/ Королев В.Т., Ловцов Д.А., Радионов В.В.— Электрон. текстовые данные.— М.: Российский государственный университет правосудия, 2015.— 248 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/45225>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю

#### ***Вопросы для самопроверки***

1. Элементы комбинаторики.
2. Случайные события, их классификация. Алгебра событий.
3. Классическое и статистическое определения вероятности.
4. Теоремы сложения и умножения вероятностей.
5. Формула полной вероятности и формула Байеса.
6. Повторные испытания. Формула Бернулли.
7. Локальные и интегральные теоремы Лапласа. Формула Пуассона.
8. Случайные величины, их классификация.
9. Свойства и числовые характеристики дискретных и непрерывных случайных величин.

10. Некоторые распределения вероятностей дискретных и непрерывных случайных величин.
11. Задачи математической статистики. Выборка. Генеральная и выборочная совокупности. Статистическая вероятность.
12. Статистическое распределение выборки. Полигон частот. Гистограмма.
13. Статистические оценки параметров распределения.
14. Понятие статистической гипотезы.
15. Схема проверки гипотезы.
16. Элементы теории корреляции. Исследование случайных зависимостей между величинами. Коэффициент корреляции и его свойства.
17. Понятие о пакетах прикладных программ многомерного статистического анализа.

**Задания для самостоятельной работы:**

1. На катке катались 8 девушек и 3 юноши. Через час 4 человека ушли с катка. Найти вероятность того, что с катка ушли 2 девушки и 2 юноши.
2. Экзаменационный билет содержит 3 вопроса. Вероятности того, что студент ответит на первый и второй вопросы, одинаковые и равны 0,8, а на третий - равна 0,7. Найти вероятность того, что студент ответит не менее чем на два вопроса.
3. В магазин поступило 30 новых телевизоров, среди которых 5 имеют скрытые дефекты. Наудачу отбирается один телевизор. Какова вероятность того, что он не имеет скрытых дефектов?
4. Из партии, содержащей 10 изделий, среди которых 3 бракованных, наудачу извлекают 3 изделия. Найти вероятность того, что ровно одно из них бракованное.
5. Для сигнализации об аварии установлены два независимо работающих сигнализатора. Вероятность того, что при аварии сигнализатор сработает, равна 0,99 для первого сигнализатора и 0,95 для второго. Найти вероятность того, что при аварии сработает только один сигнализатор.
6. Дискретная случайная величина  $X$  задана рядом распределения. Найти:
  - 1) функцию распределения  $F(X)$  и её график;
  - 2) математическое ожидание  $M[X]$ ;
  - 3) дисперсию  $D[X]$ .

$X$	1	3	4	7	8
$P$	0,1	0,2	0,25	0,3	0,15

7. Задана непрерывная случайная величина  $X$  с помощью плотности распределения вероятностей  $f(x)$ , сосредоточенная на отрезке  $[a; b]$ .

$$f(x) = \begin{cases} 0; & x \leq 0 \\ 3x^2 - 2x + 1; & 0 < x \leq 1 \\ 0; & x > 1. \end{cases}$$

- а) Найти функцию распределения  $F(X)$  и её график.
- б) Найти математическое ожидание  $M[X]$ .
- в) Найти дисперсию  $D[X]$ .

- г) Найти вероятность попадания в интервал  $\left(\frac{a+b}{2}; \frac{3b-a}{2}\right)$ .



8. Дана выборка объемом  $n = 30$ :

6,28	6,31	6,23	6,35	6,32	6,36	6,33	6,31	6,26	6,21
6,31	6,38	6,34	6,25	6,28	6,39	6,27	6,32	6,29	6,30
6,24	6,32	6,26	6,35	6,32	6,31	6,29	6,28	6,33	6,36.

а) Найти статистический ряд и построить полигон частот.

б) Составить интервальный статистический ряд, взяв 7-10 интервалов, и построить гистограмму частот.

в) Найти оценки математического ожидания  $\bar{x}$ , выборочную дисперсию  $D_s$ , исправленную выборочную дисперсию  $s^2$ , выборочное среднее квадратическое отклонение  $\sigma_s$ , исправленное среднее квадратическое отклонение  $s$ .

1. С доверительной вероятностью  $\gamma = 0,99$  найти доверительный интервал:

а) для математического ожидания  $M(X)$  в случае известной дисперсии, предполагая  $D(X) = s^2$ ,

б) для математического ожидания  $M(X)$  в случае неизвестной дисперсии.

2. По выборке объема  $n = 9$ , извлеченной из нормальной генеральной совокупности с известным средним квадратическим отклонением  $\sigma = 4$ , найдена выборочная средняя  $\bar{x} = 16,5$ . При уровне значимости 0,05 проверить нулевую гипотезу  $H_0 : M(X) = 15$  при конкурирующей гипотезе  $H_1 : M(X) > 15$ .

3. По двум выборкам, объемы которых  $n=10$  и  $m=8$ , извлеченных из нормальных генеральных совокупностей, найдены выборочные средние ( $\bar{x} = 142,3$  и  $\bar{y} = 145,3$ ) и исправленные дисперсии ( $S_x^2 = 2,7$  и  $S_y^2 = 3,2$ ). При уровне значимости  $\alpha = 0,01$  проверить нулевую гипотезу  $H_0 : M(X) = M(Y)$  при конкурирующей гипотезе  $H_1 : M(X) \neq M(Y)$ , предварительно проверив равенство дисперсий:  $D(X) = D(Y)$ .

4. Используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0,01 проверить гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности  $X$  по выборке объема  $n = 150$ , извлеченной из этой совокупности:

$a_i \div a_{i+1}$	1 ÷ 3	3 ÷ 5	5 ÷ 7	7 ÷ 9	9 ÷ 11	11 ÷ 13	13 ÷ 15	15 ÷ 17	17 ÷ 19
$m_i$	6	10	19	38	28	14	12	7	6

### 5.5 Основные термины и понятия по всему курсу

**Абсцисса** (лат. слово *abscissa* – «отрезанная»). Заимств. из франц. яз. в начале 19 в. Франц. *abscisse* – из лат. Это одна из декартовых координат точки, обычно первая, обозначаемая буквой  $x$ . В современном смысле Т. употреблен впервые немецким ученым Г. Лейбницем (1675).

**Алгебра** – раздел математики, изучающий операции над элементами множеств произвольной природы, обобщающие обычные операции сложения и умножения чисел.

**Асимптота** (греч. слово *asymptotes* – «несовпадающий»). Это прямая, к которой неограниченно приближаются точки некоторой кривой по мере того, как эти точки удаляются в бесконечность.

**Верхне-треугольная матрица** – квадратная матрица, у которой элементы, стоящие ниже главной диагонали, суть нули.

**Вырожденная матрица** – матрица, определитель которой равен нулю.

**Главная диагональ матрицы** – элементы матрицы, у которых номер строки совпадает с номером столбца.

**Диагональная матрица** – матрица, являющаяся одновременно и нижне- и верхне-треугольной.

**Единичная матрица** – квадратная матрица, у которой элементы главной диагонали равны единице, а прочие элементы суть нули.

**Интегрирование** – процесс вычисления первообразной, заключающийся в нахождении неопределённого интеграла.

**Квадратная матрица** – матрица, у которой число строк и столбцов совпадает.

**Математический анализ** – совокупность разделов математики, посвящённых исследованию функций и их обобщений методами дифференциального и интегрального исчисления (анализ бесконечно-малых). В более общей трактовке к анализу относят и функциональный анализ вместе с теорией интеграла Лебега, комплексный анализ (ТФКП), изучающий функции, заданные на комплексной плоскости, нестандартный анализ, изучающий бесконечно малые и бесконечно большие числа, а также вариационное исчисление.

**Матрица** – прямоугольная таблица чисел.

**Матрица СЛАУ** – матрица, составленная из коэффициентов при неизвестных, входящих в уравнения СЛАУ.

**Матрица-столбец** – матрица, состоящая из одного столбца.

**Матрица-строка** – матрица, состоящая из одной строки.

**Матричное уравнение** – уравнение, в котором в качестве неизвестного фигурирует матрица.

**Минор элемента матрицы** – определитель матрицы, полученной из исходной матрицы вычеркиванием строки и столбца, содержащих указанный элемент.

**Невырожденная матрица** – матрица, определитель которой отличен от нуля.

**Неоднородная система линейных алгебраических уравнений** – СЛАУ, у которой хотя бы один из свободных членов не равен нулю.

**Неопределённая СЛАУ** – СЛАУ, имеющая неединственное решение.

**Несовместная СЛАУ** – то же, что и неразрешимая СЛАУ.

**Неразрешимая СЛАУ** – СЛАУ, не имеющая решений.

**Нижне-треугольная матрица** – квадратная матрица, у которой элементы, стоящие выше главной диагонали, суть нули.

**Нуль-матрица** – матрица, все элементы которой суть нули.

**Обратимая матрица** – матрица, у которой существует обратная матрица.

**Обратная матрица** для некоторой матрицы – матрица, которая при перемножении с исходной матрицей даёт единичную матрицу.

**Общее решение СЛАУ** – совокупность всех решений системы.

**Однородная система линейных алгебраических уравнений** – СЛАУ, у которой все свободные члены суть нули.

**Определённая СЛАУ** – СЛАУ, имеющая единственное решение.

**Определитель матрицы** – сумма произведений элементов матрицы, взятых по одному из каждой строки и каждого столбца со знаком плюс или минус.

**Первообразной** данной функции  $f$  называют такую  $F$ , производная которой (на всей области определения) равна  $f$ , то есть  $F' = f$ .

**Полярная система координат** – двухмерная система координат, в которой каждая точка на плоскости определяется двумя числами – полярным углом и полярным радиусом.

**Производная** (функции в точке) – основное понятие дифференциального исчисления, характеризующее скорость изменения функции (в данной точке). Определяется как предел отношения приращения функции к приращению ее аргумента при стремлении приращения аргумента к нулю, если такой предел существует. Функцию, имеющую конечную производную (в некоторой точке), называют дифференцируемой (в данной точке).

**Приведённая матрица** – матрица, у которой в каждой ненулевой строке существует хотя бы один ненулевой элемент, в столбце которого все элементы суть нули.

**Приведённая СЛАУ** – СЛАУ, у которой матрица системы приведённая.

**Присоединённая матрица** – матрица, элементами которой являются алгебраические дополнения элементов транспонированной исходной матрицы.

**Прямоугольная система координат** – прямолинейная система координат с взаимно перпендикулярными осями на плоскости или в пространстве. Наиболее простая и поэтому часто используемая система координат. Очень легко и прямо обобщается для пространств любой размерности, что также способствует ее широкому применению.

**Разрешимая СЛАУ** – СЛАУ, имеющая хотя бы одно решение.

**Ранг матрицы** – максимальное число линейно независимых строк матрицы.

**Расширенная матрица СЛАУ** – матрица СЛАУ, к которой добавлен столбец свободных членов уравнений системы.

**Решение СЛАУ** – набор значений неизвестных системы, обращающий все уравнения системы в числовые равенства.

**Ряд Тейлора** – разложение функции в бесконечную сумму степенных функций.

**Симметричная матрица** – матрица, совпадающая со своей транспонированной.

**Система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)** – совокупность нескольких линейных алгебраических уравнений относительно одного набора неизвестных.

**Совместная СЛАУ** – то же, что и разрешимая СЛАУ.

**Транспонированная матрица** – матрица, в которой по отношению к исходной матрице строки и столбцы поменяны местами.

**Функция  $f$  (отображение, операция, оператор)** – это закон или правило, согласно которому каждому элементу  $x$  из множества  $X$  ставится в соответствие единственный элемент  $y$  из множества  $Y$ .

**Экстрёмум (лат. *extremum* – крайний)** – максимальное или минимальное значение функции на заданном множестве. Точка, в которой достигается экстремум, называется точкой экстремума.

**Элементарные преобразования матриц** – три следующие преобразования строк матрицы:

1. перемена местами двух строк матрицы;
2. умножение строки матрицы на число, отличное от нуля;
3. прибавление к одной строке матрицы другой строки, умноженной на произвольное число.

**Элементарные преобразования СЛАУ** – три следующие преобразования уравнений системы:

1. перемена местами двух уравнений системы;
2. умножение обеих частей одного из уравнений системы на число, отличное от нуля;

3. прибавление к обеим частям одного уравнения соответствующих частей другого уравнения, умноженных на произвольное число.

## 6 ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Приложение №1 к рабочей программе дисциплины

## 7 ОСНОВНАЯ И ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ УЧЕБНАЯ ЛИТЕРАТУРА, НЕОБХОДИМАЯ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### 7.1 Основная литература:

№ п/п	Автор, название, выходные данные, место издания, изд-во год издания	Наличие в ЭБС
1.	Глухов, В. А. Курс высшей математики. В 2-х томах. Т. I : учебник / В. А. Глухов, Г. А. Котов, О. В. Котова. — Макеевка : Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2020. — 566 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <a href="http://www.iprbookshop.ru/99382.html">http://www.iprbookshop.ru/99382.html</a>	*
2.	Глухов, В. А. Курс высшей математики. В 2-х томах. Т. II : учебник / В. А. Глухов, Г. А. Котов, О. В. Котова. — Макеевка : Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2020. — 617 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <a href="http://www.iprbookshop.ru/99383.html">http://www.iprbookshop.ru/99383.html</a>	*
3.	Алексеев, Г. В. Курс высшей математики для гуманитарных направлений : учебное пособие / Г. В. Алексеев, И. И. Холявин. — Москва : Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 264 с. — ISBN 978-5-4497-0456-6. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <a href="http://www.iprbookshop.ru/96847.html">http://www.iprbookshop.ru/96847.html</a>	*
4.	Погорелов, А. В. Аналитическая геометрия / А. В. Погорелов. — 4-е изд. — Москва, Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, Институт компьютерных исследований, 2019. — 208 с. — ISBN 978-5-4344-0720-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <a href="http://www.iprbookshop.ru/91909.html">http://www.iprbookshop.ru/91909.html</a>	*
5.	Краткий курс высшей математики : учебник / К. В. Балдин, Ф. К. Балдин, В. И. Джеффаль [и др.] ; под редакцией К. В. Балдина. — 3-е изд. — Москва : Дашков и К, 2019. — 512 с. — ISBN 978-5-394-03335-3. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <a href="http://www.iprbookshop.ru/85606.html">http://www.iprbookshop.ru/85606.html</a> . — Режим доступа: для авторизир. пользователей	*
6.	Шапкин, А. С. Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию : учебное пособие для бакалавров / А. С. Шапкин, В. А. Шапкин. — 8-е изд. — Москва : Дашков и К, 2019. — 432 с. — ISBN 978-5-394-01943-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <a href="http://www.iprbookshop.ru/85140.html">http://www.iprbookshop.ru/85140.html</a> . — Режим доступа: для авторизир. пользователей	*

## 7.2 Дополнительная литература:

№ п/п	Автор, название, выходные данные, место издания, изд-во год издания	Наличие в ЭБС
1.	Михалев, А. В. Алгебра матриц и линейные пространства : учебное пособие / А. В. Михалев, А. А. Михалев. — 3-е изд. — Москва, Саратов : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 145 с. — ISBN 978-5-4497-0364-4. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <a href="http://www.iprbookshop.ru/89415.html">http://www.iprbookshop.ru/89415.html</a>	*
2.	Богун, В. В. Аналитическая геометрия на плоскости: дистанционные динамические расчетные проекты : учебное пособие / В. В. Богун. — Саратов : Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 117 с. — ISBN 978-5-4497-0406-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <a href="http://www.iprbookshop.ru/92634.html">http://www.iprbookshop.ru/92634.html</a>	*
3.	Казиев, В. М. Введение в математику : учебное пособие / В. М. Казиев. — 3-е изд. — Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 197 с. — ISBN 978-5-4497-0547-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <a href="http://www.iprbookshop.ru/94850.html">http://www.iprbookshop.ru/94850.html</a>	*
4.	Казанцева, Е. В. Дифференциальные уравнения. Фазовая плоскость : учебное пособие / Е. В. Казанцева. — Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2020. — 64 с. — ISBN 978-5-7782-4128-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <a href="http://www.iprbookshop.ru/98702.html">http://www.iprbookshop.ru/98702.html</a>	*
5.	Математический анализ и дифференциальные уравнения. Задачи и упражнения : учебное пособие / В. В. Власов, С. И. Митрохин, А. В. Прошкина [и др.]. — 3-е изд. — Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 375 с. — ISBN 978-5-4497-0657-7. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <a href="http://www.iprbookshop.ru/97549.html">http://www.iprbookshop.ru/97549.html</a>	*
6.	Эварт, Т. Е. Методы вычислительной математики. Решение дифференциальных и матричных уравнений : учебное пособие / Т. Е. Эварт, В. В. Поздьяев. — Саратов : Вузовское образование, 2020. — 94 с. — ISBN 978-5-4487-0674-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <a href="http://www.iprbookshop.ru/91119.html">http://www.iprbookshop.ru/91119.html</a>	*
7.	Хамидуллин, Р. Я. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / Р. Я. Хамидуллин. — Москва: Университет «Синергия», 2020. — 276 с. — ISBN 978-5-4257-0398-9. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <a href="http://www.iprbookshop.ru/101341.html">http://www.iprbookshop.ru/101341.html</a>	*
8.	Математика [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Н.Б. Карбачинская [и др.].— Электрон. текстовые данные.— М.: Российский государственный университет правосудия, 2015.— 342 с.— Режим доступа: <a href="http://www.iprbookshop.ru/49604">http://www.iprbookshop.ru/49604</a> .— ЭБС «IPRbooks», по паролю	*
9.	Королев В.Т. Математика и информатика. Часть первая. Математика [Электронный ресурс]/ Королев В.Т., Ловцов Д.А., Радионов В.В.— Электрон. текстовые данные.— М.: Российский государственный университет правосудия, 2015.— 248 с.— Режим доступа: <a href="http://www.iprbookshop.ru/45225">http://www.iprbookshop.ru/45225</a> .— ЭБС «IPRbooks», по паролю	*

### 7.3 Нормативные правовые акты, материалы судебной практики не предусмотрены по плану дисциплины

#### 7.4 Периодические издания

<i>n/n</i>	<i>Данные издания</i>	<i>Наличие в библиотеке филиала</i>	<i>Наличие в ЭБС</i>	<i>Другой источник</i>
1.	Инновации в науке	-	*	-
2.	Научные ведомости Белгородского государственного университета. Серия Математика. Физика	-	*	-
3.	Ученые записки Забайкальского государственного университета. Серия Физика. Математика. Техника. Технология	-	*	-
4.	Естественные и математические науки в современном мире	-	*	-
5.	Вестник Томского государственного педагогического университета. Серия Естественные и точные науки	-	*	-
6.	Вестник Московского государственного технического университета имени Н.Э.Баумана. Серия Естественные науки	-	*	-
7.	Вестник Волгоградского государственного университета. Серия 1. Математика. Физика	-	*	-
8.	Алгебра и анализ	-	-	*
9.	Математический сборник	-	-	*
10.	Теория вероятностей и ее применение	-	-	*

### 8 РЕСУРСЫ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ "ИНТЕРНЕТ", НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

<i>№ n/n</i>	<i>Интернет ресурс (адрес)</i>	<i>Описание ресурса</i>
1.	<a href="http://znanium.com/bookread.php">http://znanium.com/bookread.php</a>	Электронно-библиотечная система, содержащая литературу по математике и статистике
2.	<a href="http://www.resmat.ru">http://www.resmat.ru</a>	Сайт по решению задач линейной алгебры в режиме онлайн. Представлены способы решения систем линейных уравнений, вычисление определителей, действия с матрицами
3.	<a href="http://www.mathworks.ru">http://www.mathworks.ru</a>	Сайт содержит программы MATLAB с алгоритмами для математических расчетов и графической визуализации
4.	<a href="http://diffurov.net">http://diffurov.net</a>	Сайт по решению дифференциальных уравнений
5.	<a href="http://integraloff.net">http://integraloff.net</a>	Сайт предназначен для решения различных задач по математике в режиме онлайн
6.	<a href="http://www.iprbookshop.ru/">http://www.iprbookshop.ru/</a>	Электронно-библиотечная система, содержащая литературу по математике и статистике
7.	<a href="http://math.semestr.ru">http://math.semestr.ru</a>	Сайт, содержащий алгоритмы решения различных математических задач



## 9 МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### 9.1. *Методические указания по изучению дисциплины и организации самостоятельной работы студента*

Аудиторные и внеаудиторные формы учебной работы студента имеют своей целью приобретение им системы знаний по дисциплине «Высшая математика». В этот курс входит лекции, ориентированные на выяснение кардинальных, стержневых проблем данной учебной дисциплины. Используя лекционный материал, основную и дополнительную литературу, проявляя творческий подход, бакалавр готовится к практическим занятиям, рассматривая их как пополнение, углубление, систематизация своих теоретических знаний.

Необходимо указать на некоторые принципы и правила, руководствуясь которыми можно эффективно вести поиск и находить правильные и оптимальные решения поставленных учебных задач.

Важнейшим первоначальным условием является тщательная проработка всех основных положений конкретной темы по учебникам, учебным пособиям и рекомендуемым первоисточникам. Без вдумчивого уяснения и чёткого понимания конкретного учебного материала невозможно рассчитывать на успех.

В качестве дополнительного средства, ориентирующего на поиск необходимого знания, поиска ответов на вопросы учебной программы курса целесообразно обратиться к самостоятельному чтению и изучению первоисточников по истории. Причём из данного множества книг и изданий необходимо выбрать наиболее доступные (можете иметь дома) и адаптированные (желательно с подробными комментариями).

Далее, необходимо чётко и достаточно полно сформулировать мотивацию, цели и задачи. По возможности сформулировать вопросы, на которые хотелось бы получить ответы, используя специальную терминологию и основные смысловые категории.

Следует внимательно прочитать весь анализируемый материал, не допуская поспешности, так как стремление уже из первых фраз составить полное представление, легко может привести к искажённому восприятию и пониманию последующих мыслей автора, а значит к ошибочному, неверному знанию. При этом целесообразно делать различного рода записи: конспекты, тезисы, аннотации и т.п., то есть использовать весь арсенал навыков творческой, самостоятельной интеллектуальной работы. Вообще, одной из важнейших задач высшей школы является развитие самостоятельности студентов в овладении знаниями, формирования основ непрерывного самообразования. Поэтому, современный студент – не столько объект обучения, сколько субъект самообразования. Он должен творчески подходить к овладению знаниями и навыками, добытыми наукой и многовековой практикой многих поколений людей.

### 9.2. *Методические указания по подготовке к практическим занятиям*

В процессе изучения дисциплины практические занятия играют значительную роль. Они призваны закреплять теоретические знания, полученные в ходе прослушивания лекционного материала, ознакомления с литературой. Этим практические занятия способствуют закреплению студентами наиболее качественных знаний, а также позволяют осуществлять со стороны преподавателя текущий контроль над успеваемостью.

Перед подготовкой к практическому занятию студенты должны внимательно изучить рабочую программу дисциплины, ознакомиться с планом практических занятий, подобрать соответствующую литературу и детально проработать все вопросы темы.

Программа позволяет студентам правильно сформулировать краткий план ответа, помогает лучше сориентироваться при проработке вопроса, способствует структурированию

знаний. К наиболее сложным вопросам темы целесообразно составлять конспект ответов. Студенты должны готовить все вопросы практического занятия и обязаны уметь давать определения основным категориям, которыми оперирует данная учебная дисциплина.

Отвечать на тот или иной вопрос студентам рекомендуется наиболее полно и точно, при этом нужно уметь логически грамотно выражать и обосновывать свою точку зрения, свободно оперировать этическими понятиями и категориями.

Практические занятия по дисциплине проводятся в различных видах и формах. В плане практических занятий по дисциплине указаны виды и формы проведения каждого практического занятия. Ниже представлены рекомендации к подготовке и проведению практических занятий по данной дисциплине.

#### ***Рекомендации по подготовке к практическому занятию семинарского типа***

Семинар - вид практических занятий, который предусматривает самостоятельную проработку студентами отдельных тем и проблем в соответствии с темой и планом семинара и обсуждение результатов этого изучения, представленных в виде тезисов, сообщений, докладов, рефератов и т.д.

Семинар дает возможность выяснить степень самостоятельности, ответственности, проявить творческие способности каждого студента. Готовясь к семинару, студенты овладевают умениями работы с литературой, анализа прочитанного, отбора главного и нужного для доклада, выступления, компонования и систематизации отобранного. Изложения своих мыслей, отрабатывают умение говорить без бумаги, доказывать свои убеждения, устанавливать контакт с группой.

Семинар создает благоприятные условия для реализации возможностей каждого студента для самостоятельного познания и творчества.

К семинарскому занятию готовятся все студенты группы, но каждый должен найти свою степень участия. В подготовке к семинару применяются групповые задания (план семинара). Необходимо проработать детально один вопрос из плана семинара, который нужно согласовать с преподавателем, выступить с докладом перед аудиторией и быть готовым к обсуждению данной проблемы с группой.

На начальном этапе подготовки к семинарским занятиям формируются умения, необходимые для самостоятельной работы: работа с литературой, владение диалогической и монологической речью; создание устных и письменных работ (сообщений, докладов, рефератов) для участия в семинаре.

Очень важным на семинарских занятиях является то, что эти занятия дают возможность обучения коллективной работе.

#### ***Структура практического занятия семинарского типа.***

Организационная часть (сообщение темы, цели и задач семинара, обозначение вводных понятий и проблем по теме - проводится преподавателем)

Основная часть (рассмотрение отдельных вопросов темы студентами в различных аспектах и связях в форме докладов, обсуждение в группе).

Контролирующая часть семинара (проверка основных знаний и умений по теме – законы, теории, понятия и т.д. – проводится преподавателем).

Заключительная часть (подведение итогов работы на семинаре, оценивание работы студентов).

#### ***Основные критерии оценки качества семинарского занятия:***

Целеустремленность - четкое и аргументированное выдвижение проблемы, попытка соединить теоретический материал с его практическим использованием в будущей профессиональной деятельности

Умение начинать и поддерживать дискуссию, конструктивный анализ ответов, оптимальная информативность, делать краткие выводы, выступать в ходе обсуждения, доказательно рассуждать, представлять материал (говорить, а не читать)

Стиль проведения семинара - оживленный, с постановкой актуальных вопросов, наличие элементов дискуссии, умение обобщать изученный материал

Отношение к участникам семинара - уважительное, уравновешенное, толерантное

Качество управления группой - быстро устанавливает контакт с участниками семинара, уверенно и свободно держится

### **9.3 Методические указания по подготовке к лабораторным занятиям**

*(не предусмотрено учебным планом)*

### **9.4. Методические указания по выполнению и оформлению контрольных работ**

*(не предусмотрено учебным планом)*

### **9.5 Методические указания по выполнению и оформлению курсовых работ**

*(не предусмотрено учебным планом)*

### **9.6 Методические указания по подготовке к промежуточной аттестации**

Наиболее ответственным этапом в обучении студентов является экзаменационная сессия. На ней студенты отчитываются о выполнении учебной программы, об уровне и объеме полученных знаний. Это ответственность студентов за период обучения, за изучение учебной дисциплины, за весь курс. Поэтому так велика их ответственность за успешную сдачу экзаменационной сессии.

Залогом успешной сдачи зачета, экзамена являются систематические, добросовестные занятия студента. Однако это не исключает необходимости специальной работы перед сессией и в период сдачи сессии. Специфической задачей студента в период экзаменационной сессии являются повторение, обобщение и систематизация всего материала, который изучен в течение года.

Начинать повторение рекомендуется за месяц-полтора до начала сессии. Прежде чем приступить к нему, необходимо установить, какие учебные дисциплины выносятся на сессию и, если возможно, календарные сроки сдачи.

Повторение - процесс индивидуальный; каждый студент повторяет то, что для него трудно, неясно, забыто. Поэтому, прежде чем приступить к повторению, рекомендуется сначала внимательно посмотреть программу курса, установить наиболее трудные, наименее усвоенные разделы и выписать их на отдельном листе.

В процессе повторения анализируются и систематизируются все знания, накопленные при изучении программного материала: данные учебника, записи лекций, конспекты прочитанных книг, заметки, сделанные во время консультаций или семинаров, и др. Ни в коем случае нельзя ограничиваться только одним конспектом, а тем более, чужими записями. Всякого рода записи и конспекты - вещи сугубо индивидуальные, понятные только автору. Готовясь по чужим записям, легко можно впасть в очень грубые заблуждения.

Само повторение рекомендуется вести по темам программы и по главам учебника. Закончив работу над темой (главой), необходимо ответить на вопросы учебника или выполнить задания, а самое лучшее - воспроизвести весь материал.

Консультации, которые проводятся для студентов в период экзаменационной сессии, необходимо использовать для углубления знаний, для восполнения пробелов и для разрешения всех возникших трудностей. Без тщательного самостоятельного продумывания материала беседа с консультантом неизбежно будет носить «общий», поверхностный характер и не принесет нужного результата.

Есть целый ряд принципов («секретов»), которыми следует руководствоваться при подготовке к экзаменам.

Первый - подготовьте свое рабочее место, где все должно способствовать успеху: тишина, расположение учебных пособий, строгий порядок.

Второй - сядьте удобнее за стол, положите перед собой чистые листы бумаги, справа - тетради и учебники. Вспомните все, что знаете по данной теме, и запишите это в виде плана или тезисов на чистых листах бумаги слева. Потом проверьте правильность, полноту и последовательность знаний по тетрадям и учебникам. Выпишите то, что не сумели вспомнить, на правой стороне листов и там же запишите вопросы, которые следует задать преподавателю на консультации. Не оставляйте ни одного неясного места в своих знаниях.

Третий - работайте по своему плану. Вдвоем рекомендуется готовиться только для взаимопроверки или консультации, когда в этом возникает необходимость.

Четвертый - подготавливая ответ по любой теме, выделите основные мысли в виде тезисов и подберите к ним в качестве доказательства главные факты и цифры. Ваш ответ должен быть кратким, содержательным, концентрированным.

Пятый - помимо повторения теории не забудьте подготовить практическую часть, чтобы свободно и умело показать навыки работы с текстами, картами, различными пособиями, решения задач и т.д.

Шестой - установите четкий ритм работы и режим дня. Разумно чередуйте труд и отдых, питание, нормальный сон и пребывание на свежем воздухе.

Седьмой - толково используйте консультации преподавателя. Приходите на них, продуктивно поработав дома и с заготовленными конкретными вопросами, а не просто послушать, о чем будут спрашивать другие.

Восьмой - бойтесь шпаргалки - она вам не прибавит знаний.

Девятый - не допускайте как излишней самоуверенности, так и недооценки своих способностей и знаний. В основе уверенности лежат твердые знания. Иначе может получиться так, что вам достанется тот единственный вопрос, который вы не повторили.

Десятый - не забывайте связывать свои знания по любому предмету с современностью, с жизнью, с производством, с практикой.

При подготовке к занятиям необходимо еще раз проверить себя на предмет усвоения основных категорий и ключевых понятий курса.

В данной РПД представлен перечень примерных вопросов к зачету и экзамену.

Зачет и экзамен проводится по утвержденным билетам. Образцы билетов представлены в данной РПД.

Оценки в результате проведения зачета: «зачтено», «не зачтено».

Оценки в результате проведения экзамена: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

В случае получения оценки «не зачтено» или «неудовлетворительно» студенту предоставляется возможность подготовиться еще раз и пересдать данную дисциплину. В этом случае УМО выписывается направление на сдачу данной дисциплины в установленные сроки графиком ликвидации академической задолженности.

**10 ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ПРИ  
ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ  
(МОДУЛЮ), ВКЛЮЧАЯ ПЕРЕЧЕНЬ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ И  
ИНФОРМАЦИОННЫХ СПРАВОЧНЫХ СИСТЕМ**

<i>n/n</i>	<i>Название программы/Системы</i>	<i>Описание программы/Системы</i>
1.	СПС «КонсультантПлюс»	Справочно-поисковая система, в которой аккумулирован весь спектр продуктов направленный на то, чтобы при принятии того или иного решения пользователь обладал всей полнотой информации. Ежедневно в систему вводятся тысячи новых документов, полученных из разных источников: органов власти и управления, судов, экспертов.
2.	Официальный сайт Филиала	<a href="http://kubisep.ru/">http://kubisep.ru/</a>
3.	Программное обеспечение	- ESET NOD 32 Antivirus Business Edition - Пакет офисных приложений ApacheOpenOffice - свободное программное обеспечение.
4.	ЭБС	- ЭБС «IPRbooks» - Электронная библиотека ОУП ВО «АТиСО» - Электронная полнотекстовая база данных филиала
5.	Автоматизированная система управления	- АСУ «СПРУТ»

**11 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА, НЕОБХОДИМАЯ ДЛЯ  
ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Аудитория № 312	- Столы; - стулья; - учебная доска; - монитор	- ESET NOD 32 Antivirus Business Edition - Пакет офисных приложений ApacheOpenOffice - свободное программное обеспечение.
Мультимедийная аудитория № 404	- Столы; - стулья; - проектор; - экран; - учебная доска - компьютер с выходом в интернет.	- Система Консультант Плюс - ESET NOD 32 Antivirus Business Edition - Пакет офисных приложений ApacheOpenOffice - свободное программное обеспечение.
Мультимедийная аудитория № 207	- Интерактивная доска; - телевизор; - проектор; - дата-камера; - микшерский пульт; - экран; - микрофоны; - скаяп-камера; -компьютер с выходом в интернет;	- Система Консультант Плюс - ESET NOD 32 Antivirus Business Edition ) - Пакет офисных приложений ApacheOpenOffice - свободное программное обеспечение.

Мультимедийная аудитория № 102	- монитор.  - Столы; - стулья; - монитор; - компьютер; - интерактивная доска; - проектор.	- ESETNOD 32 AntivirusBusinessEdition - Пакет офисных приложений ApacheOpenOffice - свободное программное обеспечение.
Учебная аудитория № 201 Б	- Столы; - стулья; - учебная доска.	
Мультимедийная аудитория № 101	- Столы; - стулья; - монитор; - компьютер; - интерактивная доска; - проектор.	- ESETNOD 32 AntivirusBusinessEdition - Пакет офисных приложений ApacheOpenOffice - свободное программное обеспечение.
Читальный зал	- Столы; - стулья; - шкафы -компьютер с выходом в интернет; - мониторы; - локальная сеть.	- Система Консультант Плюс - ESET NOD 32 Antivirus Business Edition - Пакет офисных приложений ApacheOpenOffice - свободное программное обеспечение.
Мультимедийная аудитория № 306	- Проектор; - экран; - столы; - стулья; - учебная доска; - компьютер.	- ESETNOD 32 AntivirusBusinessEdition - Пакет офисных приложений ApacheOpenOffice - свободное программное обеспечение.

## 12 ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В процессе освоения дисциплины используются следующие образовательные технологии:

### 1. Стандартные методы обучения:

- лекции;
- практические занятия;
- письменные или устные домашние задания;
- консультации преподавателя;
- самостоятельная работа студентов, в которую входит освоение теоретического материала, подготовка к практическим занятиям, выполнение письменных/устных заданий, работа с литературой.



**2. Методы обучения с применением интерактивных форм образовательных технологий:**

- семинарские занятия;
- выполнение практических заданий;
- технология развивающей кооперации.

*Приложение №1  
к разделу № 6 Фонд оценочных средств  
для проведения промежуточной аттестации  
обучающихся по дисциплине (модулю)*

**6.1 ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЕТЕНЦИЙ С УКАЗАНИЕМ ЭТАПОВ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ**

Фонд оценочных средств является составной частью нормативно-методического обеспечения системы оценки качества освоения обучающимися ОПОП ВО по направлению подготовки 38.03.04 Государственное и муниципальное управление. При помощи фонда оценочных средств осуществляется контроль и управление процессом формирования компетенций, приобретения студентами необходимых знаний, умений и навыков, определенных ФГОС ВО, по дисциплине «Высшая математика».

*В результате освоения данной дисциплины должны быть сформированы следующие компетенции:*

№ п/п	Код формируемой компетенции и ее содержание	Этапы (семестры, курсы) формирования компетенции в процессе освоения дисциплины	
		Очная форма обучения	Заочная форма обучения
1	ОК-3 – способностью использовать основы экономических знаний в различных сферах деятельности	2,3	1,2
2	ОК-7 - способностью к саморегуляции и самообразованию	2,3	1,2
3	ПК-4 - способность проводить оценку инвестиционных проектов при различных условиях инвестирования и финансирования	2,3	1,2
4	ПК-3 – умением применять основные экономические методы для управления государственным и муниципальным имуществом, принятия управленческих решений по бюджетированию и структуре государственных (муниципальных) активов	2,3	1,2
5	ПК-4 – способностью проводить оценку инвестиционных проектов при различных условиях инвестирования и финансирования	2,3	1,2
6	ПК-6 - владение навыками количественного и качественного анализа при оценке состояния экономической, социальной, политической среды, деятельности органов государственной власти Российской Федерации, органов государственной власти субъектов Российской Федерации, органов местного	2,3	1,2

	самоуправления, государственных и муниципальных, предприятий и учреждений, политических партий, общественно-политических, коммерческих и некоммерческих организаций		
7	ПК-7 – умением моделировать административные процессы и процедуры в органах государственной власти Российской Федерации, органах государственной власти субъектов Российской Федерации, органах местного самоуправления, адаптировать основные математические модели к конкретным задачам управления	2,3	1,2

## 6.2 ОПИСАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ, КРИТЕРИЕВ ОЦЕНИВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ. ШКАЛЫ ОЦЕНИВАНИЯ

В зависимости от количества баллов оценивание компетентности студента оценивается по уровням:

- от 3 до 4 баллов - «минимальный уровень»,
- от 5 до 7 баллов - «базовый уровень»,
- от 8 до 9 баллов - «высокий уровень».

### *Описание показателей и критериев оценивания компетенций*

<i>Показатели оценивания</i>	<i>Критерии оценивания компетенций</i>	<i>Шкала оценивания</i>
<b>Понимание смысла компетенции</b>	<p>Имеет базовые общие знания в рамках диапазона выделенных задач (1 балл)</p> <p>Понимает факты, принципы, процессы, общие понятия в пределах области исследования. В большинстве случаев способен выявить достоверные источники информации, обработать, анализировать информацию. (2 балла)</p> <p>Имеет фактические и теоретические знания в пределах области исследования с пониманием границ применимости (3 балла)</p>	<p>Минимальный уровень</p> <p>Базовый уровень</p> <p>Высокий уровень</p>
<b>Освоение компетенции в рамках изучения дисциплины</b>	<p>Наличие основных умений, требуемых для выполнения простых задач. Способен применять только типичные, наиболее часто встречающиеся приемы по конкретной сформулированной (выделенной) задаче (1 балл)</p> <p>Имеет диапазон практических умений, требуемых для решения определенных проблем в области исследования. В большинстве случаев способен выявить достоверные источники информации, обработать, анализировать информацию. (2 балла)</p> <p>Имеет широкий диапазон практических умений, требуемых для развития творческих решений, абстрагирования проблем. Способен выявлять проблемы и умеет находить способы решения, применяя современные методы и технологии. (3 балла)</p>	<p>Минимальный уровень</p> <p>Базовый уровень</p> <p>Высокий уровень</p>

<b>Способность применять на практике знания, полученные в ходе изучения дисциплины</b>	Способен работать при прямом наблюдении. Способен применять теоретические знания к решению конкретных задач. (1 балл)	Минимальный уровень
	Может взять на себя ответственность за завершение задач в исследовании, приспосабливает свое поведение к обстоятельствам в решении проблем. Затрудняется в решении сложных, неординарных проблем, не выделяет типичных ошибок и возможных сложностей при решении той или иной проблемы (2 балла)	Базовый уровень
	Способен контролировать работу, проводить оценку, совершенствовать действия работы. Умеет выбрать эффективный прием решения задач по возникающим проблемам. (3 балла)	Высокий уровень

**Шкала оценки промежуточной аттестации по дисциплине**

<i>№ п/п</i>	<i>Оценка за ответ</i>	<i>Характеристика ответа</i>
1	Отлично	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Полно раскрыто содержание материала;</li> <li>– материал изложен грамотно, в определенной логической последовательности;</li> <li>– продемонстрировано системное и глубокое знание программного материала;</li> <li>– точно используется терминология;</li> <li>– показано умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами, применять их в новой ситуации;</li> <li>– продемонстрировано усвоение ранее изученных сопутствующих вопросов, сформированность и устойчивость компетенций, умений и навыков;</li> <li>– ответ прозвучал самостоятельно, без наводящих вопросов;</li> <li>– продемонстрирована способность творчески применять знание теории к решению профессиональных задач;</li> <li>– продемонстрировано знание современной учебной и научной литературы;</li> <li>– допущены одна – две неточности при освещении второстепенных вопросов, которые исправляются по замечанию;</li> <li>- количество баллов за освоение компетенций от 8 до 9.</li> </ul>
2	Хорошо	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Вопросы излагаются систематизировано и последовательно;</li> <li>– продемонстрировано умение анализировать материал, однако не все выводы носят аргументированный и доказательный характер;</li> <li>– продемонстрировано усвоение основной литературы.</li> <li>– ответ удовлетворяет в основном требованиям на оценку «5», но при этом имеет один из недостатков: в изложении допущены небольшие пробелы, не искажившие содержание ответа; допущены один – два недочета при освещении основного содержания ответа, исправленные по замечанию преподавателя; допущены ошибка или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов, которые легко исправляются по замечанию преподавателя;</li> <li>- количество баллов за освоение компетенций от 5 до 7.</li> </ul>
3	Удовлетворительно	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Неполно или непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения,</li> </ul>

		<p>достаточные для дальнейшего усвоения материала;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– усвоены основные категории по рассматриваемому и дополнительным вопросам;</li> <li>– имелись затруднения или допущены ошибки в определении понятий, использовании терминологии, исправленные после нескольких наводящих вопросов;</li> <li>– при неполном знании теоретического материала выявлена недостаточная сформированность компетенций, умений и навыков, студент не может применить теорию в новой ситуации;</li> <li>– продемонстрировано усвоение основной литературы;</li> <li>- количество баллов за освоение компетенций от 3 до 4.</li> </ul>
4	Неудовлетворительно	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Не раскрыто основное содержание учебного материала;</li> <li>– обнаружено незнание или непонимание большей или наиболее важной части учебного материала;</li> <li>– допущены ошибки в определении понятий, при использовании терминологии, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов</li> <li>- не сформированы компетенции, умения и навыки, количество баллов за освоение компетенций менее 3;</li> <li>- отказ от ответа или отсутствие ответа.</li> </ul>

#### *Шкала оценки письменных ответов по дисциплине*

<i>№ п/п</i>	<i>Оценка за ответ</i>	<i>Характеристика ответа</i>
1	Отлично/ зачтено	<p>Материал раскрыт полностью, изложен логично, без существенных ошибок, выводы доказательны и опираются на теоретические знания.</p> <p>Количество баллов за освоение компетенций от 8 до 9.</p>
2	Хорошо/ зачтено	<p>Основные положения раскрыты, но в изложении имеются незначительные ошибки выводы доказательны, но содержат отдельные неточности.</p> <p>Количество баллов за освоение компетенций от 5 до 7.</p>
3	Удовлетворительно/ зачтено	<p>Изложение материала не систематизированное, выводы недостаточно доказательны, аргументация слабая.</p> <p>Количество баллов за освоение компетенций от 3 до 4.</p>
4	Неудовлетворительно/ не зачтено	<p>Не раскрыто основное содержание материала, обнаружено незнание основных положений темы.</p> <p>Не сформированы компетенции, умения и навыки. Количество баллов за освоение компетенций менее 3.</p> <p>Ответ на вопрос отсутствует.</p>

#### *Шкала оценки в системе «зачтено – не зачтено»*

<i>№ п/п</i>	<i>Оценка за ответ</i>	<i>Характеристика ответа</i>
	Зачтено	<p>Достаточный объем знаний в рамках изучения дисциплины.</p> <p>В ответе используется научная терминология.</p> <p>Стилистическое и логическое изложение ответа на вопрос правильное.</p> <p>Умеет делать выводы без существенных ошибок.</p> <p>Владеет инструментарием изучаемой дисциплины, умеет его использовать в решении стандартных (типовых) задач.</p> <p>Ориентируется в основных теориях, концепциях и направлениях по</p>

		<p>изучаемой дисциплине.</p> <p>Активен на практических занятиях, допустимый уровень культуры исполнения заданий.</p> <p>Количество баллов за освоение компетенций от 3 до 9.</p>
2	Не зачтено	<p>Не достаточно полный объем знаний в рамках изучения дисциплины.</p> <p>В ответе не используется научная терминология.</p> <p>Изложение ответа на вопрос с существенными стилистическими и логическими ошибками.</p> <p>Не умеет делать выводы по результатам изучения дисциплины.</p> <p>Слабое владение инструментарием изучаемой дисциплины, некомпетентность в решении стандартных (типовых) задач.</p> <p>Не умеет ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине.</p> <p>Пассивность на практических занятиях, низкий уровень культуры исполнения заданий.</p> <p>Не сформированы компетенции, умения и навыки. Количество баллов за освоение компетенций менее 3.</p> <p>Отказ от ответа или отсутствие ответа.</p>

**Шкала оценки образовательных достижений для тестовых материалов**

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
80 - 100	5	отлично
70 ÷ 79	4	хорошо
60 ÷ 69	3	удовлетворительно
менее 60	2	неудовлетворительно

**6.3 ТИПОВЫЕ КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ИЛИ ИНЫЕ МАТЕРИАЛЫ, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОЦЕНКИ ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ, НАВЫКОВ И (ИЛИ) ОПЫТА ДЕЯТЕЛЬНОСТИ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ В ПРОЦЕССЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

Этап формирования компетенций в процессе изучения дисциплины «Высшая математика» характеризуется следующими типовыми контрольными заданиями.

**6.3.1 Типовые контрольные вопросы для подготовки к промежуточной аттестации по дисциплине**

**Типовые контрольные вопросы для подготовки к зачету**

1. Понятие матрицы, определителя матрицы второго, третьего и высших порядков.
2. Правила вычисления определителей.
3. Операции над матрицами.
4. Элементарные преобразования строк матрицы. Приведение матрицы к ступенчатому виду и виду Гаусса.

5. Ранг матрицы.
6. Обратная матрица: свойства, способы построения.
7. Совместность и определенность системы линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.
8. Решение систем линейных алгебраических уравнений с помощью обратной матрицы и правила Крамера.
9. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса.
10. Линейная однородная система алгебраических уравнений, ее фундаментальная система решений.
11. Связь решений линейных однородных и неоднородных систем уравнений.
12. Линейные пространства. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис и размерность пространства. Координаты вектора в заданном базисе.
13. Линейные операции над векторами.
14. Скалярное произведение двух векторов и его свойства.
15. Векторное произведение двух векторов, его свойства.
16. Смешанное произведение трех векторов и его свойства.
17. Способы вычисления векторного и смешанного произведения.
18. Взаимное расположение векторов.
19. Различные виды уравнения прямой на плоскости.
20. Кривые второго порядка, их канонические уравнения.
21. Уравнение плоскости.
22. Уравнение прямой в пространстве.
23. Взаимное расположение прямой и плоскости.

***Типовые контрольные вопросы для подготовки к экзамену***

1. Последовательность. Предел числовой последовательности.
2. Функция. Способы задания функции.
3. Предел функции в точке. Односторонние пределы. Предел функции на бесконечности.
4. Непрерывность функции. Точки разрыва функции и их классификация.
5. Производная функции: определение, геометрический смысл.
6. Правила вычисления производной.
7. Производная сложной функции.
8. Производные высших порядков.
9. Дифференцируемость функции. Теоремы о связи дифференцируемости с непрерывностью и с существованием производной.
10. Дифференциал функции и его геометрический смысл.
11. Производные и дифференциалы высших порядков.
12. Раскрытие неопределенностей (правило Лопиталя).
13. Асимптоты графика функции.
14. Достаточные условия монотонности функции.
15. Достаточные условия экстремумов функции.
16. Достаточные условия выпуклости, вогнутости, точки перегиба графика функции.
17. Общая схема исследования функции и построение графика.
18. Понятия первообразной функции и неопределенного интеграла. Основные свойства неопределенного интеграла. Таблица основных неопределенных интегралов.
19. Замена переменной в неопределенном интеграле.
20. Метод интегрирования по частям.
21. Понятие определенного интеграла. Основные свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле.



22. Интегрирование по частям в определенном интеграле. Несобственные интегралы.
23. Понятие функции многих переменных.
24. Предел и непрерывность функции двух переменных.
25. Частные производные. Частные производные высших порядков.
26. Теорема о равенстве смешанных производных.
27. Дифференцируемые функции многих переменных. Дифференциал функции многих переменных.
28. Правила дифференцирования функций многих переменных.
29. Экстремумы функций многих переменных.
30. Экономическое приложение частных производных.
31. Кратные интегралы. Сведение кратного интеграла к повторному.
32. Геометрическая интерпретация и приложения двойного интеграла.
33. Дифференциальные уравнения. Общие понятия.
34. Дифференциальное уравнение первого порядка. Задача Коши.
35. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
36. Однородные дифференциальные уравнения.
37. Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах.
38. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
39. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка.
40. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков.
41. Линейная зависимость и линейная независимость системы функций. Линейные однородные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами.
42. Применение дифференциальных уравнений в экономике и управлении.
43. Элементы комбинаторики.
44. Случайные события, их классификация. Алгебра событий.
45. Классическое и статистическое определения вероятности.
46. Теоремы сложения и умножения вероятностей.
47. Формула полной вероятности и формула Байеса.
48. Повторные испытания. Формула Бернулли.
49. Локальные и интегральные теоремы Лапласа. Формула Пуассона.
50. Случайные величины, их классификация.
51. Свойства и числовые характеристики дискретных и непрерывных случайных величин.
52. Некоторые распределения вероятностей дискретных и непрерывных случайных величин.
53. Задачи математической статистики. Выборка. Генеральная и выборочная совокупности. Статистическая вероятность.
54. Статистическое распределение выборки. Полигон частот. Гистограмма.
55. Статистические оценки параметров распределения.
56. Понятие статистической гипотезы.
57. Схема проверки гипотезы.
58. Элементы теории корреляции. Исследование случайных зависимостей между величинами. Коэффициент корреляции и его свойства.
59. Понятие о пакетах прикладных программ многомерного статистического анализа.

**6.3.2 Типовые практические задания для проведения текущей аттестации по дисциплине**

**Задача 1.** Найти точки разрыва функции, если они существуют, скачок функции в каждой точке разрыва и построить график.  $f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0, \\ x^2, & 0 < x \leq 2, \\ x+1, & x > 2. \end{cases}$

**Задача 2.** Не применяя правило Лопиталья, найти предел функции  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{3x}$

**Задача 3.** Не применяя правило Лопиталья, найти предел функции  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+5}{x} \right)^{3x}$ .

**Задача 4.** Найти производные  $\frac{dy}{dx}$  данных функций  $y = (2x + 3x^3)^5$ .

**Задача 5.** Найти производные  $\frac{dy}{dx}$  данных функций  $y = -3\cos x \cdot \operatorname{ctg} x$ .

**Задача 6.** Не применяя правило Лопиталья, найти предел функции  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x} - \sqrt{1-2x}}{x+x^2}$ .

**Задача 7.** По правилу Лопиталья, найти предел функции  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{1/x}$ .

**Задача 8.** Найти производную функции  $y = (2x^3) / (x^2 - 4)$ .

**Задача 9.** Не применяя правило Лопиталья, найти предел функции  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^5 - 3x^2 + 9}{2x^5 + 2x^2 + 5}$ .

**Задача 10.** Найти производную функции  $y = (4x^3 - x^4) / 5$ .

**Задача 11.** Найти производную функции  $y = x + 2 \operatorname{arctg} x$ .

**Задача 12.** Найти критические точки функции  $z = x^2 + y^2 - xy + x + y$ .

**Задача 13.** Определить четность функции  $y = (4x^3 - x^4) / 5$  Найти асимптоты функции  $y = (2x^3) / (x^2 - 4)$ .

**Задача 14.** Найти предел функции  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x-1} - \sqrt{5}}{x-3}$ .

**Задача 15.** Найти область определения функции  $y = x + \ln(x^2 - 1)$ .

**Задача 16.** Найти интервалы монотонности и точки экстремума функции  $y = (2x^3) / (x^2 - 4)$ .

**Задача 17.** Найти интеграл  $\int \ln x dx$

**Задача 18.** Вычислить интеграл или установить его расходимость  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2}$

**Задача 19.** Вычислить определенный интеграл  $\int_{-2}^{-1} \frac{dx}{(11+5x)^3}$

**Задача 20.** Найти интеграл  $\int \frac{1-6x^5}{x^6} dx$

**Задача 21.** Найти интеграл  $\int \frac{x-4}{x^3} dx$ .

Задача 22. Вычислить определенный интеграл  $\int_0^{\ln 3} \frac{e^x dx}{\sqrt{e^x + 1}}$ .

Задача 23. Вычислить площадь фигуры, ограниченную линиями  $y = 4 - x^2$ ,  $y = 0$ .

Задача 24. Найти интеграл  $\int (5x + 6) \cos 2x dx$

Задача 25. Найти интеграл  $\int x \operatorname{arctg} x dx$ .

Задача 26. Решить дифференциальное уравнение  $y' + \frac{2y}{x} = x$ .

Задача 27. Решить дифференциальное уравнение  $x dy - y dx = y dy$ .

Задача 28. Решить дифференциальное уравнение  $y' + 2y = y^2 e^x$ .

Задача 29. Решить дифференциальные уравнения  $xy' - y = y^3$ .

Задача 30. Решить дифференциальные уравнения  $xy dx + (x + 1) dy = 0$ .

### 6.3.3 Тестовые материалы для проведения текущей аттестации по дисциплине

1. Определитель  $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 4\alpha - 1 \end{vmatrix} = 0$  при  $\alpha$  равном ...

Варианты ответов: 1) 2; 2) 1; 3) 0; 4) 0,25.

2. Даны матрицы  $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . Тогда произведение  $A \cdot B$  равно...

Варианты ответов: 1)  $\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 12 & 0 \end{pmatrix}$ ; 2)  $\begin{pmatrix} -9 & 6 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ; 3)  $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 12 & 0 \end{pmatrix}$ ; 4)  $\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ .

3. Ранг матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -4 \\ 3 & 9 & -12 \\ 4 & 4 & 1 \end{pmatrix}$  равен ...

Варианты ответов: 1) 3; 2) 0; 3) 1; 4) 2.

4. Если  $(x_0; y_0)$  - решение системы линейных уравнений  $\begin{cases} 3x + y = 4 \\ 2x - 5y = 2 \end{cases}$ , то  $x_0$  можно

определить по формуле ...

Варианты ответов: 1)  $x_0 = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -5 \end{vmatrix}}$ ; 2)  $x_0 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 4 \\ -5 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -5 \end{vmatrix}}$ ;

$$3) x_0 = \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 2 & -5 \\ 3 & 1 \\ 2 & -5 \end{vmatrix}; \quad 4) x_0 = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -5 \\ 4 & 1 \\ 2 & -5 \end{vmatrix}.$$

5. Прямая проходит через точки  $O(0;0)$  и  $A(-4;2)$ . Тогда её угловой коэффициент равен

...

Варианты ответов: 1)  $\frac{1}{2}$ ; 2)  $-\frac{1}{2}$ ; 3) 2; 4) -2.

6. Уравнением прямой, перпендикулярной прямой  $y = -3x+2$ , является ...

Варианты ответов: 1)  $2x-y+1=0$ ; 2)  $3x-y-5=0$ ; 3)  $x+3y+12=0$ ; 4)  $x-3y+4=0$ .

7. Прямая  $\frac{x-2}{\alpha} = \frac{y}{5} = \frac{z+1}{3}$  параллельна плоскости  $x-3y-5z = 0$  при  $\alpha$ , равном ...

Варианты ответов: 1) 3; 2) -34; 3) -1; 4) 30.

8. Дана функция  $y = \sqrt{x^2+5x+6}+3$ . Тогда её областью значений является множество

...

Варианты ответов: 1)  $[-3;+\infty)$ ; 2)  $(\sqrt{6}+3; +\infty)$ ; 3)  $(-\infty;-3] \cup [-2; +\infty)$ ; 4)  $[3;+\infty)$ .

9. Производная частного  $\frac{2x}{3x-5}$  равна ...

Варианты ответов: 1)  $-\frac{10}{3x-5}$ ; 2)  $\frac{10}{(3x-5)^2}$ ; 3)  $-\frac{10}{(3x-5)^2}$ ; 4)  $\frac{-x+5}{(3x-5)^2}$ .

10. Частная производная функции  $z = x^3 tgy$  по переменной  $y$  в точке  $M\left(1; \frac{\pi}{4}\right)$  равна

...

Варианты ответов: 1) 2; 2) 1; 3) 0; 4) -1.

11. Множество первообразных функции  $f(x) = \frac{5x^4}{\sqrt{1+x^5}}$  имеет вид ...

Варианты ответов: 1)  $\frac{2}{\sqrt{1+x^5}} + c$ ; 2)  $2\sqrt{1+x^5} + c$ ; 3)  $\frac{20x^3}{1+x^5} + c$ ; 4)  $\frac{20x^3}{(1+x^5)^2} + c$ .

12. Определенный интеграл  $\int_1^7 \frac{x+3}{x+2} dx$  равен ...

Варианты ответов: 1)  $6 + \ln 3$ ; 2)  $8 - \ln 3$ ; 3)  $6 - \ln 3$ ; 4)  $16 - \ln 9$ .

13. Несобственный интеграл  $\int_1^{\infty} \frac{3}{x^4} dx$  равен ...

Варианты ответов: 1) -1; 2) 1; 3) 3; 4) расходится.

14. Общий член последовательности  $1, \frac{3}{8}, \frac{5}{27}, \frac{7}{64}, \dots$  имеет вид ...

Варианты ответов: 1)  $a_n = (-1)^n \frac{2n-1}{n^2}$ ; 2)  $a_n = \frac{2n+1}{n^3}$ ; 3)  $a_n = (-1)^n \frac{2n-1}{n^2}$ ; 4)

$$a_n = \frac{2n-1}{n^3}.$$

15. Уравнение  $\frac{dy}{dx} + y = 3x^2$  является ...

Варианты ответов: 1) уравнением с разделяющимися переменными; 2) однородным дифференциальным уравнением; 3) линейным дифференциальным уравнением; 4) уравнением Бернулли.

16. Дано дифференциальное уравнение  $xy' = 3y$ . Тогда его решением является функция ...

Варианты ответов: 1)  $y = x^3 + c$ ; 2)  $y = cx^3$ ; 3)  $y = 3x + c$ ; 4)  $y = \frac{3}{x} + c$ .

17. Дано линейное однородное дифференциальное уравнение  $y'' + 5y' + 6y = 0$ . Тогда его решение имеет вид ...

Варианты ответов: 1)  $y = c_1e^{2x} + c_2e^{3x}$ ; 2)  $y = c_1e^{-2x} + c_2e^{-3x}$ ; 3)  $y = c_1e^{-2x} + c_2e^{3x}$ ;  
4)  $y = c_1e^{2x} + c_2e^{-3x}$ .

18. Вероятность  $P$  достоверного события равна ...

Варианты ответов: 1)  $0 \leq p < 1$ ; 2) 0; 3)  $\frac{1}{2}$ ; 4) 1.

19. В одной комнате находятся 4 девушки и 7 юношей, а в другой 10 девушек и 5 юношей. Наудачу выбирают по одному человеку из каждой комнаты. Найти вероятность того, что оба они окажутся юношам.

Варианты ответов: 1)  $\frac{7}{8}$ ; 2)  $\frac{7}{33}$ ; 3)  $\frac{6}{7}$ ; 4)  $\frac{6}{13}$ .

20. Вероятность появления события  $A$  в 10-и независимых испытаниях, проводимых по схеме Бернулли, равна 0,6. Тогда дисперсия числа появлений этого события равна ...

Варианты ответов: 1) 6; 2) 2,4; 3) 0,24; 4) 0,06.

21. Для непрерывной случайной величины  $X$  задана плотность распределения вероятностей  $f(x) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-2)^2}{32}}$ . Тогда математическое ожидание этой нормально распределенной случайной величины равно ...

Варианты ответов: 1) 4; 2) 32; 3) 2; 4) 16.

22. Из генеральной совокупности извлечена выборка  $n = 30$ :

$x_i$	-1	0	1	2
$n_i$	5	6	7	

Тогда  $n_4$  равна ...

Варианты ответов: 1) 8; 2) 12; 3) 30; 4) 10.

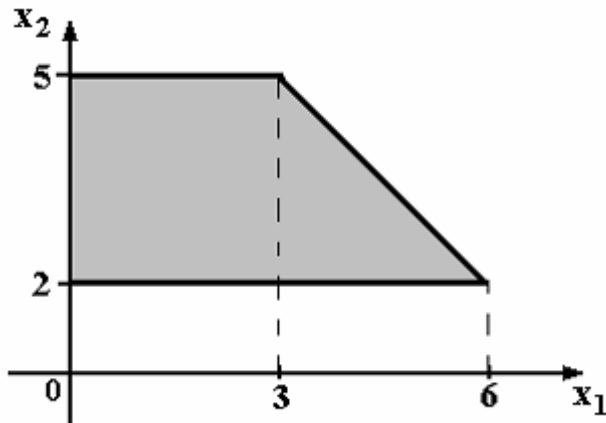
23. Проведено 5 измерений (без систематических ошибок) некоторой случайной величины (в мм): 2; 5; 6; 8; 9. Тогда несмещенная оценка математического ожидания равна ...

Варианты ответов: 1) 8; 2) 6; 3) 7,5; 4) 7.

24. Мода вариационного ряда 1, 3, 5, 5, 7, 9, 12 равна ...

Варианты ответов: 1) 8; 2) 12; 3) 5; 4) 6.

25. Область допустимых значений переменных  $x_1$  и  $x_2$  имеет вид:



Тогда максимальное значение функции  $z = x_1 + 2x_2$  равно...

Варианты ответов: 1) 11; 2) 13; 3) 10; 4) 14.

26. Минимум функции  $z = x^2 + y^2$  при условии  $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$  равен...

Варианты ответов: 1) 0; 2)  $\frac{36}{13}$ ; 3)  $\frac{13}{36}$ ; 4)  $\frac{6}{13}$ .

27. На числовой прямой дана точка  $x = 3,2$ . Тогда ее « $\square$ -окрестностью» может являться интервал ...

Варианты ответов: 1) (2,7; 3,2); 2) (3,2; 5,4); 3) (2,7; 3,7); 4) (3,0; 3,9).

28. Из ящика, где находится 15 деталей, пронумерованных от 1 до 15, требуется вынуть 3 детали. Тогда количество всевозможных комбинаций номеров вынутых деталей равно...

Варианты ответов: 1)  $\frac{15!}{3!12!}$ ; 2)  $\frac{15!}{12!}$ ; 3) 15!; 4) 3!.

#### Шкала оценки образовательных достижений для тестовых материалов

Коэффициент $K$ (%)	Оценка	Критерий оценки
0,81 – 1 (81-100%)	«отлично»	Глубокие познания в освоенном материале
0,61 – 0,80 (80-61%)	«хорошо»	Материал освоен полностью, без существенных ошибок
0,41 – 0,60 (41-60%)	«удовлетворительно»	Материал освоен не полностью, имеются значительные пробелы в знаниях
0 – 0,40 (0-40%)	«неудовлетворительно»	Материал не освоен, знания студента ниже базового уровня

#### 6.3.4 Тематика курсовых работ

*Не предусмотрено учебным планом*

#### 6.3.5 Тематика контрольных работ

*Не предусмотрено учебным планом*

**6.4 Дополнительные задания****6.4.1 Вопросы для текущей аттестации**

1. Какая матрица называется нижней треугольной (верхней треугольной)?
2. Когда возможна операция сложения (произведения) матриц  $A_{m \times n}$  и  $B_{k \times p}$ , что является результатом этой операции?
3. Дайте определение транспонированной (единичной) матрицы. Приведите примеры.
4. Какая матрица называется канонической?
5. Какие преобразования над элементами матрица называются элементарными?
6. Какая матрица называется диагональной?
7. Можно ли умножить строку длины  $m$  на столбец высоты  $n$ ?
8. Можно ли умножить столбец высоты  $n$  на строку длины  $m$ ?
9. Каковы правила вычисления определителей 1 и 2-го порядков?
10. Каковы правила вычисления определителя 3-го порядка?
11. Каковы правила вычисления определителя  $n$ -го порядка?
12. Какая матрица называется обратной к данной?
13. Какая матрица называется союзной к данной?
14. Укажите способы нахождения обратной матрицы.
15. Укажите известные вам свойства определителей.
16. Дайте определение ранга матрицы.
17. Перечислите методы нахождения ранга матрицы. Приведите примеры.
18. Какой минор называется базисным? Приведите примеры.
19. Какой наивысший ранг может иметь прямоугольная матрица размерности  $m \times n$ ? Привести примеры.
20. Какое число матриц порядка  $k$  ( $k \leq \min(m, n)$ ) можно получить из матрицы размера  $m \times n$ ?
21. Назовите составляющие системы, записанные в матричной форме.
22. Опишите матричный метод решения систем линейных алгебраических уравнений.
23. Запишите формулы Крамера для решения СЛАУ.
24. Опишите метод Гаусса решения СЛАУ.
25. Опишите метод Жордана-Гаусса решения СЛАУ.
26. Какая система уравнений называется совместной (несовместной). Приведите примеры.
27. Какая система уравнений называется однородной (неоднородной). Приведите примеры.
28. Сформулируйте теорему Кронекера-Капели о решении СЛАУ.
29. Какая СЛАУ называется определенной (неопределенной).
30. Что называется общим, базисным и частным решениями системы.
31. Каковы методы решения совместных неопределенных СЛАУ  $n$ -го порядка.
32. Написать различные виды прямой на плоскости.
33. Условие параллельности и перпендикулярности двух прямых на плоскости.
34. Как найти расстояние между двумя параллельными прямыми?
35. Как найти угол между двумя прямыми?
36. При каких условиях прямая проходит через начало координат?
37. При каких условиях прямая параллельна оси  $ox$ ?
38. Основные характеристики функции. Элементарные функции.
39. Предел функции. Основные теоремы о пределах.



40. Первый и второй замечательный пределы.
41. Непрерывность функции.
42. Точки разрыва и их классификация.
43. Определение производной функции одной переменной. Правила дифференцирования.
44. Производные высших порядков. Дифференциал функции.
45. Эластичность функции и ее свойства.
46. Эластичность в экономике.
47. Понятие функции нескольких переменных.
48. Предел и непрерывность функции нескольких переменных.
49. Частные производные и дифференциал функции нескольких переменных.
50. Производная по направлению. Градиент функции.
51. Экстремумы функции многих переменных (локальный).
52. Экономические иллюстрации функции двух переменных (функции спроса и предложения, функция полезности, производственная функция).
53. Правило Лопиталя для вычисления предела функции.
54. Интервалы монотонности функции. Экстремумы функции.
55. Выпуклость, вогнутость графика функции. Точки перегиба.
56. Асимптоты графика функции.
57. Общая схема исследование функций.
58. Первообразная. Понятие неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла.
59. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Основные свойства определенного интеграла.
60. Несобственные интегралы первого рода. Определение, примеры
61. Несобственные интегралы второго рода. Определение, примеры
62. Геометрические приложения определенного интеграла (площадь, объем фигуры).
63. Приложения определенного интеграла к экономике.
64. Формула Тейлора, Маклорена.

**6.5 МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПРОЦЕДУРЫ  
ОЦЕНИВАНИЯ ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ, НАВЫКОВ И (ИЛИ) ОПЫТА  
ДЕЯТЕЛЬНОСТИ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ  
КОМПЕТЕНЦИЙ**

*Зачет и экзамен проводится по утвержденным билетам. Полные комплекты билетов к зачету и экзаменационных билетов находятся в папке «Промежуточная аттестация» к ОПОП ВО 38.03.04 Государственное и муниципальное управление.  
Образцы указанных билетов представлены ниже*

<b>Кубанский институт социэкономки и права (филиал) Образовательного учреждения профсоюзов высшего образования «Академия труда и социальных отношений (АТиСО)»</b>	<u>38.03.04 Государственное и муниципальное управление</u> (код и наименование направления подготовки)
	<u>Профсоюзного движения, гуманитарных и социально-экономических дисциплин</u> (наименование кафедры)

**ДИСЦИПЛИНА ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА****БИЛЕТ К ЗАЧЕТУ № \_\_**

1. Теоретический вопрос
2. Практическое задание

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.(протокол № \_\_)

<b>Кубанский институт социэкономки и права (филиал) Образовательного учреждения профсоюзов высшего образования «Академия труда и социальных отношений (АТиСО)»</b>	<u>38.03.04 Государственное и муниципальное управление</u> (код и наименование направления подготовки)
	<u>Профсоюзного движения, гуманитарных и социально-экономических дисциплин</u> (наименование кафедры)

**ДИСЦИПЛИНА ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА****ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № \_\_**

1. Практическое задание
2. Практическое задание
3. Практическое задание

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.(протокол № \_\_)